

Implementación de un algoritmo predictivo y un modelo FEM para el mecanizado ortogonal



Máster Universitario en
Ingeniería Industrial

Trabajo Fin de Máster

Rubén González Lope

Pedro María Diéguez Elizondo, Alain Gil del Val

Pamplona, 24/06/2019

Contenido

1. Introducción	1
2. Fundamento teórico.....	4
2.1. Inicios de la teoría del corte ortogonal	4
2.2. La teoría de Oxley	14
2.2.1. Zona primaria	16
2.2.2. Zona secundaria.....	20
2.3. Generalización del modelo de material	22
2.4. Método de los elementos finitos aplicado al corte ortogonal	25
3. Algoritmo predictivo para el corte ortogonal	31
3.1. Descripción del algoritmo	32
3.2. Modificación de los lazos de temperatura.....	35
3.3. Optimización del código	38
3.4. Corrección del factor de temperatura η	40
3.5. Criterio de selección de la solución.....	42
4. Resultados y validación del algoritmo	47
5. Generación del modelo FEM	53
5.1. Geometría del modelo	53
5.2. Generación de calor y condiciones de contorno.....	55
6. Resultados del modelo FEM	60
7. Conclusiones	64
8. Bibliografía	65
Anexo: Algoritmo predictivo en Matlab	69

Nomenclatura

A	Tensión de fluencia (modelo de Johnson-Cook)
B	Coef. de endurecimiento (modelo de Johnson-Cook)
C	Constante de la tasa de deformación (modelo de Johnson-Cook) / constante de la velocidad de deformación (modelo de Oxley)
C_0	Constante de la velocidad de deformación (modelo de Johnson-Cook)
F	Fuerza de fricción de la viruta con la herramienta
F_c	Fuerza de corte
F_N	Fuerza normal al plano de cortadura
F_s	Fuerza de cortadura
F_T	Fuerza de empuje
h	Longitud de la zona de contacto viruta-herramienta
K	Conductividad del material
k_{AB}	Tensión de cortadura en el plano de corte (equivalente a τ_{AB})
k_{chip}	Tensión de cortadura media en la zona de contacto calculada mediante el modelo de material
l	Longitud del plano de cortadura
m	Exp. de temperatura (modelo de Johnson-Cook)
n	Exp. de endurecimiento (modelo de Johnson-Cook y Oxley)
N	Fuerza normal a la herramienta
n_{eq}	Exponente de temperatura equivalente (modelo de Johnson-Cook)
p	Longitud de la zona plástica de contacto viruta-herramienta
P_e	Número de Peclet
\dot{q}_p	Generación de calor por unidad de volumen en la zona primaria
\dot{q}_s	Generación de calor por unidad de volumen en la zona secundaria
\dot{q}_{fric}	Generación de calor por unidad de superficie por fricción
R	Fuerza resultante
R_T	Número adimensional del corte ortogonal
S	Calor específico del material
Δs_1	Espesor de la zona secundaria de deformación plástica
Δs_2	Espesor de la zona primaria de deformación plástica
t_1	Espesor de la viruta sin deformar / Profundidad de corte
t_2	Espesor de la viruta deformada
T_{AB}	Temperatura media en el plano de cortadura
ΔT_C	Incremento de temperatura medio en la viruta
T_m	Temperatura de fusión del material
ΔT_M	Máximo incremento de temperatura en la viruta
T_{mod}	Temperatura modificada por la velocidad
ΔT_{SZ}	Incremento de temperatura medio en la zona primaria de deformación plástica
T_w	Temperatura de trabajo

U	Velocidad de corte
v	Constante de la temperatura modificada (modelo de Oxley)
V	Velocidad de la viruta
V_s	Velocidad de cortadura
V_x	Velocidad de la viruta a lo largo de la zona de contacto
w	Anchura de corte
α	Ángulo de corte
β	Proporción de calor producido en la zona primaria que se transmite a la pieza
γ_{AB}	Deformación por cortadura en el plano de cortadura
$\dot{\gamma}_{AB}$	Tasa de deformación por cortadura en el plano de cortadura
γ_{int}	Deformación por cortadura en la zona secundaria
$\dot{\gamma}_{int}$	Tasa de deformación por cortadura en la zona secundaria
δ	Proporción de la zona plástica secundaria respecto al espesor de la viruta
$\dot{\epsilon}_0$	Velocidad de deformación de referencia (modelo de Johnson-Cook y Oxley)
ϵ_{AB}	Deformación equivalente en el plano de cortadura
$\dot{\epsilon}_{AB}$	Tasa de deformación equivalente en el plano de cortadura
η	Factor de temperatura de la zona primaria
θ	Ángulo entre la fuerza resultante y el plano de cortadura
λ	Ángulo de fricción medio en la zona de contacto
ρ	Densidad del material
σ_I	Coeficiente plástico (modelo de Oxley)
σ_{AB}	Tensión equivalente en el plano de corte
σ_N	Tensión normal media en la zona de contacto calculada a partir de la fuerza resultante
σ'_N	Tensión normal media en la zona de contacto calculada a partir de la tensión en la punta de la herramienta
τ_{int}	Tensión de cortadura media en la zona de contacto calculada mediante la fuerza de fricción
ϕ	Ángulo del plano de cortadura
ψ	Factor de temperatura de la zona secundaria

1. Introducción

Los procesos de fabricación son aquellas operaciones empleadas para la modificación de la materia prima con el objetivo de transformarla en el producto final. Dentro de la gran cantidad de procesos empleados en la industria, aquellos que se basan en el arranque de material tienen especial importancia y entre ellos se encuentran los de mecanizado, los de arranque por abrasión y otros procesos no tradicionales (electroerosión, mecanizado ultrasónico, etcétera). A su vez, en el caso de las operaciones de mecanizado se pueden resaltar tres esenciales: torneado, fresado y taladrado.

En todas las operaciones de mecanizado mencionadas, para la eliminación del material se emplea una herramienta afilada y de mayor dureza que el material sobre el que se trabaja. Mediante esta herramienta se va a generar una zona de intensas tensiones cortantes, causando grandes deformaciones plásticas y finalmente generando una viruta, dejando al descubierto una nueva superficie de la pieza sobre la que se trabaja. Las ventajas de este proceso son varias, puesto que permite trabajar sobre distintos materiales para realizar una gran variedad de formas, todo ello con una gran precisión dimensional y buenos acabados superficiales. Sin embargo, también va a implicar una pérdida de material (que luego puede reciclarse) y requiere de unos tiempos elevados.

Para la realización de un proceso de mecanizado, las condiciones de corte seleccionadas (ángulos, velocidad de corte y dimensiones geométricas) se basan principalmente en la práctica y en datos experimentales (por ejemplo, tablas), dejando la selección al técnico u operario correspondiente, que va a tratar de encontrar el punto óptimo por el que se pueda realizar un proceso económico, procurando a su vez prolongar la vida de la herramienta y evitar una ruptura prematura. Esto es especialmente relevante con las máquinas de control numérico, puesto que permiten una mayor precisión en las condiciones de corte, ajustando el proceso a un tiempo determinado y posibilitando variarlo de forma relativamente sencilla.

Sin embargo, este tipo de procesos también son muy complejos y en la zona de corte se crean condiciones muy extremas tanto mecánicas como térmicas. Como ya se ha establecido más arriba, en dicha zona se genera un campo de tensiones muy elevadas, que unido con la gran velocidad de deformación va a llevar a un aumento considerable de la temperatura, lo cual se une a la fricción entre la viruta y la herramienta. Las condiciones de corte y las características del material van a determinar dichas condiciones de operación, por lo que en última instancia también van a determinar el desgaste de la herramienta y la reducción de su vida útil, así como la distribución de fuerzas en la herramienta y la propia integridad del acabado superficial. Por lo tanto, dada la importancia de este tipo de procesos en la industria y la complejidad de los mismos, no es de extrañar que desde comienzos del siglo pasado se estudiasen con el objetivo de comprenderlos mejor y tratar de predecir las condiciones en las que va a tener lugar.

Estas teorías tienen desde el comienzo un gran peso experimental debido a la complejidad del fenómeno físico que tratan de modelizar, unido a que la propia obtención de datos experimentales no es sencilla, especialmente al tratar de obtener las temperaturas

alcanzadas en la zona de corte. A su vez, esto hace que se deban emplear ciertas simplificaciones, como considerar el modelo de corte ortogonal (se asume un proceso en dos dimensiones en el que la herramienta tiene forma de cuña y su borde es perpendicular a la velocidad de corte) o un proceso estático. Así pues, se presenta un problema con un ámbito tanto mecánico como térmico, con una gran importancia de la teoría de la plasticidad y el conocimiento del comportamiento de los materiales ante condiciones mecánicas y térmicas agresivas. En un origen, los diferentes enfoques por los que se trata de modelizar los procesos de mecanizado son variados, pero principalmente van a venir dados por el principio de mínima energía o la teoría del campo de líneas de deslizamiento (*slip-line field theory* en inglés)

Una de las teorías más influyentes es la teoría de la zona de corte de lados paralelos (*parallel-sided shear zone theory* en inglés), desarrollada por Oxley entorno a la década de los 70. Se trata de un modelo analítico del corte ortogonal en el que se tienen en cuenta las influencias de la temperatura, la deformación y la velocidad o tasa de deformación sobre el comportamiento del material. El punto más importante es su algoritmo predictivo, por el que no sólo se obtienen valores para fuerzas y tensiones aplicadas sobre la zona de corte, sino que también se llegan a obtener aproximaciones de la temperatura alcanzada en las principales zonas del proceso. Sin embargo, el modelo de comportamiento de material empleado es complejo de determinar para los distintos materiales y sólo se ha llegado a realizar experimentación con aceros de bajo contenido en carbono y aluminios. Es por ello, que recientemente se ha tratado de aplicar modelos de material más general, como el modelo de Johnson-Cook, de forma que la teoría de Oxley se pueda aplicar en una mayor cantidad de casos.

No obstante, con el desarrollo del método de elementos finitos se abre la puerta a estudiar los procesos de mecanizado con una nueva herramienta. Las teorías analíticas desarrolladas anteriormente van a servir de base, pero empleando los métodos numéricos se va a tratar de obtener un modelo más preciso de un fenómeno tan complejo. Con ellos se puede tratar de obtener la distribución de temperatura en la zona de corte, considerando a su vez un modelo concreto de material y añadiendo los efectos de la convección producida por los refrigerantes.

El objetivo del presente trabajo es exponer los fundamentos de las teorías analíticas que tratan de modelizar los procesos de mecanizado, prestando especial atención a la teoría desarrollada por Oxley, incluyendo algunos cambios realizados a la misma. A su vez, se va a implementar, mediante Matlab, el algoritmo del corte ortogonal de Oxley con el fin de tratar de obtener resultados aproximados de fuerzas, tensiones, etcétera. Por último, en base a dichos resultados, se procederá a realizar un modelo de elementos finitos mediante el programa Ansys, de forma que se pueda obtener la distribución de temperatura para distintos casos.

Para ello, se comienza con la exposición de la teoría, realizando en primer lugar una breve exposición de la evolución de la misma, para posteriormente pasar a describir en mayor profundidad la teoría de Oxley. Una vez presentada la teoría, el cuerpo del trabajo se divide en dos partes principales. La primera de ella se dedica a la

implementación del algoritmo desarrollado por Oxley y posteriormente modificado con el modelo de material de Johnson-Cook. Se incluyen también ciertos cambios realizados, así como la validación del mismo. La segunda parte se corresponde con la realización del modelo de elementos finitos. De nuevo, se realiza una explicación de su implementación y se valida con algunos ejemplos encontrados en la bibliografía. Por último, tras las conclusiones se encuentra el código del algoritmo predictivo realizado en Matlab.

2. Fundamento teórico

En este apartado se va a realizar una exposición del desarrollo de la teoría e investigación de los procesos de mecanizado. Dada la amplitud del tema, se tratará de introducir un marco general dando una imagen clara de cómo ha sido dicho desarrollo, pero deteniéndose especialmente en las teorías y avances más relevantes y relacionados con la teoría que ocupa el trabajo, la realizada por Oxley. Sin embargo, se mencionarán otros investigadores relevantes y sus trabajos cuando proceda, recurriendo a su vez a trabajos de revisión. En primer lugar, se presentará el estado de la teoría antes de Oxley, para posteriormente proceder a describir más en detalle lo realizado éste. A continuación, se describirá la generalización del modelo de material empleada en el trabajo, basado en el modelo de Johnson-Cook, y finalmente se expondrá la teoría relacionada con el método de elementos finitos aplicado al modelo realizado.

La nomenclatura expuesta al inicio es la empleada por Oxley, por lo que fuentes distintas pueden tener distinta nomenclatura. En el caso de que suceda, se indicará el nombre donde proceda para facilitar la comprensión.

2.1. Inicios de la teoría del corte ortogonal

Antes del siglo XVII ya se tenían algunos ejemplos procesos con arranque de viruta en metales, como es el caso del barrenado de los cañones, que se puede tratar como un antecedente del mandrinado [1]. Sin embargo, los procesos de mecanizado sólo comenzaron a aparecer definitivamente con la revolución industrial y el desarrollo de la máquina de vapor, estableciéndose también su uso extensivo. Con ello, también comenzaron los primeros estudios tanto empíricos como teóricos, en concreto entre los años 1850 y 1885, de la mano de investigadores como Time, Mallock o el reconocido Tresca. Un aspecto relevante para estos primeros estudios era, por ejemplo, la formación de la viruta; Tresca estudió la plasticidad de los metales, muy relacionada con la formación de viruta, y Mallock publicó en 1881 uno de los primeros estudios sobre las herramientas de corte, en concreto examinando la formación de la viruta en un amplio abanico de materiales [2].

No obstante, fue en 1907 cuando Taylor publicó *One the Art of Cutting Metals*, una obra clave [1]. Taylor es conocido por sus contribuciones a la organización del trabajo, por lo que no es de extrañar que en su publicación escriba que el objetivo de la obra es establecer unas bases para la gestión del taller de maquinaria, de forma que se pueda dar al trabajador instrucciones exactas de los trabajos a realizar en la jornada y un tiempo estimado de realización, homogeneizando el trabajo y posibilitando mayores salarios a los trabajadores que requiriesen menos del tiempo del previsto [3]. Para ello, se basa en investigaciones que se habían desarrollado durante 26 años con el objetivo de saber qué herramienta y qué velocidades de corte y avance debían emplearse.

Los conocimientos sobre la formación de la viruta y la generación de calor durante el mecanizado siguieron su avance tras la publicación de Taylor. Sin embargo, fue Ernst quien estableció más adelante definitivamente los principales tipos de viruta que se

pueden crear durante el corte. Éstos se pueden observar en la Fig. 1. La clasificación comprendía tres tipos: viruta discontinua (Tipo I), viruta continua (Tipo II) y viruta continua con filo de aportación o recrecido (Tipo III) [2].

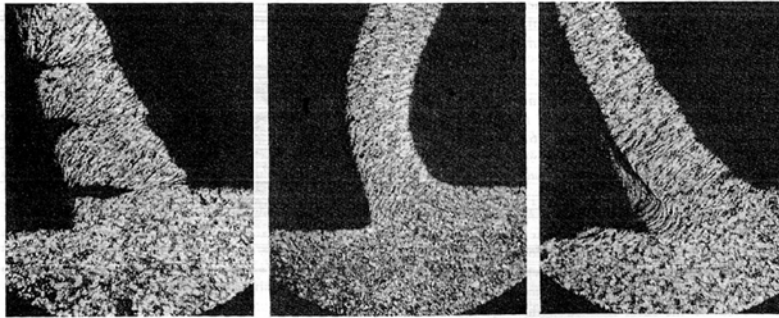


Fig. 1. Tipos de viruta establecidos por Ernst. De izquierda a derecha: discontinua (tipo I), continua (tipo II) y continua con recrecido (tipo III) [2].

Por otro lado, Ernst también llegó a participar con otra figura clave como fue Merchant, que realizó avances importantes en la mecánica del corte ortogonal. En concreto, a principios de la década de los 40 estableció el modelo del círculo de fuerzas, que se puede observar en la Fig. 2, si bien posteriormente llegó a su atención un artículo de Piispanen en el que éste llegaba a conclusiones similares [2]. Merchant describió de forma relativamente sencilla las fuerzas, velocidades y ángulos presentes durante el mecanizado, estableciendo a su vez relaciones con tensiones, deformaciones, velocidades de deformación y energía [4][5]. A su vez, no tardó en ampliar el círculo al corte oblicuo, más general que el corte ortogonal. Para ejemplificar la importancia de todos estos avances, Komanduri describe el libro de Merchant, *Basic Mechanics of the Metal Cutting Process*, como el siguiente hito en la investigación de los procesos de mecanizado. Reproduciendo las palabras concretas de Komanduri: “it was, however, M. Eugene Merchant’s paper on the Basic Mechanics of the Metal Cutting Process in 1945 that took a giant step from the art of metal cutting to the science of metal cutting” [2]. Ambos, Ernst y Merchant, también participaron en conjunto para realizar un modelo del proceso de corte, que influenció posteriormente a investigadores como Lee y Shaffer o Kobayashi y Thomsen.

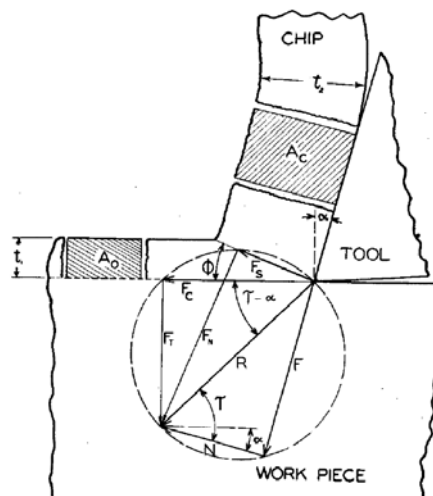


Fig. 2. Círculo de fuerzas de Merchant [4].

Como se ha dicho, la Fig. 2 representa el círculo de fuerzas propuesto por Merchant. Entre estas fuerzas se encuentran la resultante (R), la fuerza de cortadura (F_S), la fuerza normal al plano de cortadura (F_N), la fuerza de corte (F_C), la fuerza de empuje (F_T), la fuerza de fricción de la viruta con la herramienta (F) y la fuerza normal en la herramienta (N). Además, es un ejemplo de qué es el corte ortogonal y los distintos parámetros involucrados en el mismo, como la profundidad de corte t_1 y el espesor de viruta t_2 . En la Fig. 3 se exponen otras representaciones. Se muestra la deformación de la viruta, considerándola como secciones desplazadas por la herramienta, de forma que la deformación viene dada por la ecuación $\epsilon = \Delta S / \Delta X$, con ΔX que tiende a 0 en la práctica. A su vez, se ven diversos ángulos esenciales como el de ataque, representado por α , y el ángulo ϕ , que recibe nombres diversos: de cizalladura, de cortadura, del plano de corte, etcétera. A la derecha, se ven las relaciones de las diferentes velocidades: velocidad de corte (V_C), velocidad de cizalladura (V_S) y velocidad de la viruta relativa a la herramienta (V_F).

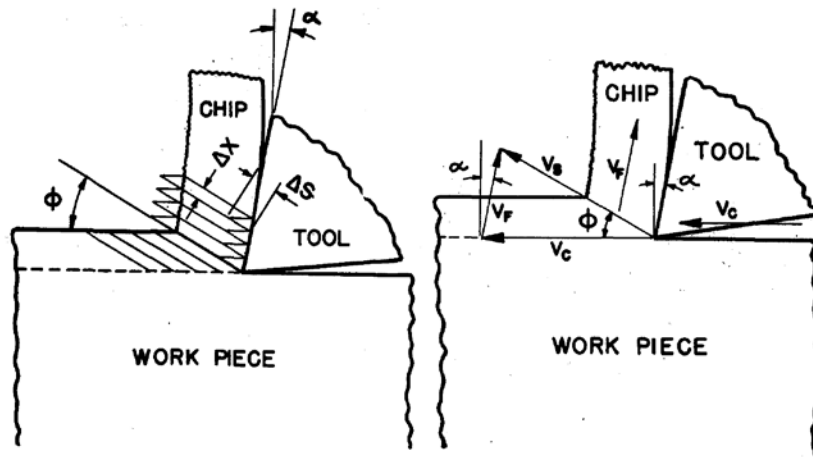


Fig. 3. En la izquierda: representación gráfica de la teoría de las líneas de desplazamiento. En la derecha: representación de diversos parámetros y velocidades del corte ortogonal [4].

La teoría del plano de cizalladura o cortadura desarrollada por Ernst y Merchant es muy importante. Establece que la zona principal de cortadura es un plano de espesor nulo y con deformación instantánea. La posición de este plano es la que viene dada por el ángulo de cortadura ϕ . La teoría de la mecánica del corte realizada por Ernst y Merchant va a tener en cuenta ciertas hipótesis: la mencionada teoría del plano de cortadura, que el ángulo ϕ será aquel que haga mínimo el valor de la energía de corte (de forma que se tenga únicamente una solución estable), se considerará una fuerza de penetración nula, la viruta es un sólido rígido en equilibrio y, por último, toda la energía del proceso se consume como potencia de corte. Suponiendo que mediante mediciones se pueden obtener las fuerzas de corte (F_C) y empuje (F_T), la fuerza de rozamiento y la normal se pueden calcular en función de las dos anteriores y el ángulo de ataque α según las ecuaciones:

$$F = F_C \sin \alpha + F_T \cos \alpha \quad (1)$$

$$N = F_C \cos \alpha - F_T \sin \alpha \quad (2)$$

Con ello, también podemos obtener el ángulo de rozamiento, que en la Fig. 2 viene dado por τ :

$$\tau = \arctg \frac{F}{N} \quad (3)$$

Este ángulo Merchant lo supone independiente de ϕ . Las fuerzas restantes se podrán calcular mediante las ecuaciones:

$$F_s = R \cos(\phi + \tau - \alpha) \quad (4)$$

$$F_c = R \cos(\tau - \alpha) \quad (5)$$

Por otro lado, tenemos que la fuerza de cortadura F_s viene dada por la tensión de cortadura, de forma que:

$$F_s = \tau_s A_s = \frac{\tau_s A_o}{\sin \phi} \quad (6)$$

En este caso, τ_s es la tensión de cortadura en el plano de corte y A_s y A_o son, respectivamente, el área de cortadura (área del plano) y el área de viruta no deformada, que viene dada por el producto de la anchura de corte w y la profundidad de corte t_1 . Uniendo las Ecuaciones (4-6) se tiene:

$$F_c = \frac{\tau_s A_o}{\sin \phi} \frac{\cos(\tau - \alpha)}{\cos(\phi + \tau - \alpha)} \quad (7)$$

Ahora bien, como se ha dicho, la teoría suponía que el ángulo de cortadura tomaría aquel valor que hiciese mínima la energía necesaria en el corte. Dicha energía viene dada por el producto entre la fuerza de corte F_c y la velocidad avance V_c . Por lo tanto, se debe derivar la Ecuación (7) e igualar a cero [6]. Suponiendo τ_s independiente de las condiciones de corte se tiene:

$$2\phi + \tau - \alpha = \frac{\pi}{2} \quad (8)$$

De esta forma se obtiene una relación entre el ángulo de cortadura ϕ y las condiciones de corte según la teoría realizada por Ernst y Merchant. Sin embargo, junto a éstos también hubo una gran cantidad de investigadores que desarrollaron su teoría y llegaron a conclusiones similares. En la Tabla 1 se muestra una lista de relaciones empleadas por otras teorías para mostrar la variedad mencionada.

Tabla 1. Diferentes relaciones angulares en el corte ortogonal [2].

Fuente	Relación
Análisis dimensional	$\phi = \Psi(\alpha, \beta)$
Ernst y Merchant	$\phi = \pi/4 - \tau/2 + \alpha/2$
Merchant	$\phi = \cot^{-1} K/2 - \tau/2 + \alpha/2$
Stabler	$\phi = \pi/4 - \tau + \alpha/2$
Lee y Shaffer	$\phi = \pi/4 - \tau + \alpha$
Lee y Shaffer*	$\phi = \pi/4 + \theta - \tau + \alpha$
Hucks	$\phi = \pi/4 - \tan^{-1} 2\mu/2 + \alpha$
Hucks	$\phi = \cot^{-1} K/2 - \tan^{-1} 2\mu/2 + \alpha$

*con recrecido de magnitud θ

Como ejemplo de otra teoría se puede mencionar la de Lee y Shaffer, en este caso para virutas de tipo II (como se ve en la Tabla 1 también realizaron su teoría para tipo III). La Fig. 4 presenta el desarrollo realizado por Lee y Shaffer (el ángulo β es el ángulo de fricción τ considerado anteriormente). La zona ABC es considerada una región plástica con un estado de tensiones uniforme, por lo que se puede emplear el círculo de Mohr para su representación. El plano de cortadura es una dirección de tensión cortante máxima y así se refleja en el círculo de Mohr mediante la letra a . Por otro lado, se considera que la línea BC es una línea con tensión cero, de forma que estará a 90° de a en el círculo de Mohr y teniendo en cuenta la duplicación de los ángulos en el círculo, el ángulo que formarán a y b en el modelo serán 45° . Esto mismo se repite para los estados de c y d . Atendiendo al círculo de Mohr y considerando el ángulo dOc como 2η , el ángulo dCc en el modelo será η y:

$$\eta = 45 - \tau \quad (9)$$

A su vez, según el modelo tenemos la relación:

$$\eta = \phi - \alpha \quad (10)$$

Juntando ambas expresiones nos queda:

$$\phi = 45 - \tau + \alpha \quad (11)$$

Lo cual coincide con la expresión expuesta anteriormente en la Tabla 1, otra ecuación que relaciona las condiciones de corte con el ángulo de cortadura.

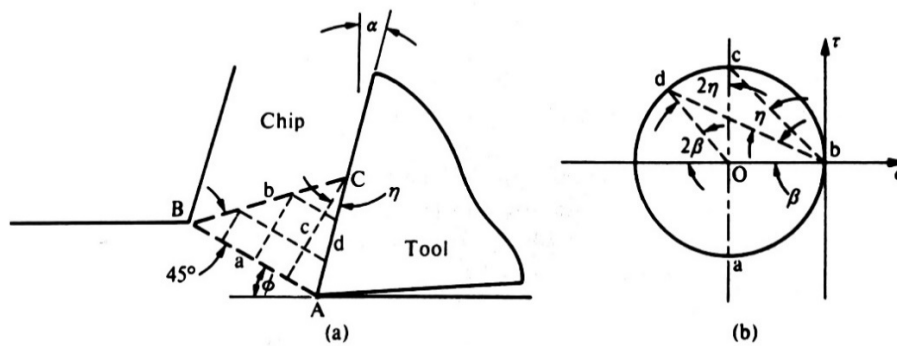


Fig. 4. Modelo empleado por Lee y Shaffer para realizar su teoría. A la izquierda, modelo del corte ortogonal. A la derecha, círculo de Mohr de las tensiones en la zona ABC. [7]

Como se ve, con la mecánica del corte se trata de relacionar las condiciones de corte con la formación de viruta, incluyendo las fuerzas o el ángulo de cortadura. Sin embargo, también se realizaron otros avances en el cálculo de la tensión de cortadura y en la fricción.

Para el caso de la tensión de cortadura, los valores obtenidos teóricamente resultan ser muy superiores a los obtenidos mediante los ensayos de material. Como ya se ha establecido más arriba, esto se debe a las condiciones extremas de los procesos de mecanizado, tanto de temperatura, deformación, tasa de deformación o la proximidad de una herramienta rígida, que representa una restricción al flujo del material. Esto se une a

la no uniformidad de la tensión en la zona de corte y en la zona de contacto entre la viruta y la herramienta. De nuevo, la lista de investigadores que realizan contribuciones en este terreno es extensa: Drucker, Shaw, Finnie, etcétera [2]. Por ello, únicamente se va a mencionar la contribución de MacGregor y Fisher, que influirá posteriormente en la teoría de Oxley. En concreto estudiaron el efecto de la temperatura y la tasa de deformación en los ensayos de tensión. Para ello, propusieron emplear un término que denominaron temperatura modificada con la velocidad (*velocity modified temperature*), dada por la expresión:

$$T_m = T(1 - k \ln(\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)) \quad (12)$$

La temperatura modificada T_m depende de la temperatura absoluta T del test, la velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ y las constantes $\dot{\epsilon}_0$ y k . De esta forma, se consideran los efectos combinados de ambos factores y, como se puede deducir, uno anula al otro.

Respecto a la fricción durante el corte de metales, se observa que el coeficiente de fricción medio entre la herramienta y la viruta puede variar considerablemente y depende a su vez de las condiciones de corte. Esta variación proviene de las grandes tensiones normales que tienen lugar en la zona de contacto, que pueden hacer que el área de contacto real se acerque o llegue a ser igual a la zona de contacto aparente. Esto se muestra en la Fig. 5, donde F_n representa la fuerza normal y F_f la fuerza tangencial o de fricción (en la Fig. 2 equivaldrían a N y F respectivamente), A_r representa el área real de contacto, A_a el área aparente y τ_f es la tensión de cortadura.

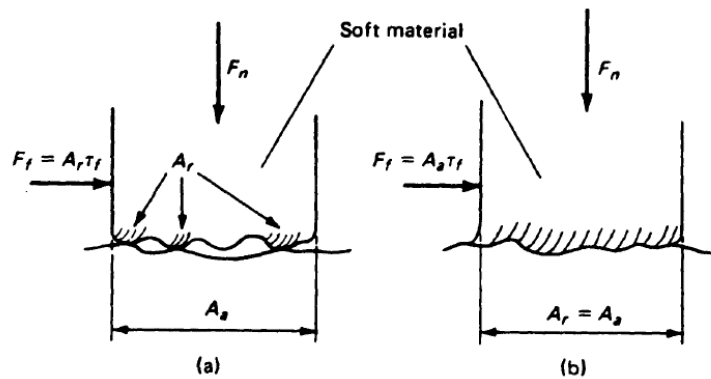


Fig. 5. Comportamiento de fricción por deslizamiento (a) y por adherencia (b) [6].

En la Fig. 5a se observa un modelo de fricción en el que el contacto se produce entre las imperfecciones y asperezas superficiales de los metales. Este modo de fricción sigue las leyes de la fricción, de forma que se puede establecer un área real y un coeficiente de fricción que relaciona la fuerza normal con la tangencial:

$$\mu = \frac{F}{N} = \frac{\tau_f}{\sigma_y} \quad (13)$$

$$A_r = \frac{N}{\sigma_y} \quad (14)$$

Donde F y N son las fuerzas de fricción y normal establecidas anteriormente en la Fig. 2, τ_f y σ_y son la tensión de fricción y el límite de fluencia del material respectivamente

y A_r es el área real de contacto. Sin embargo, durante el corte se pueden producir tensiones normales tan altas que el área real de contacto llega a ser igual al área aparente, como se en la Fig. 5b. En este caso, la fuerza de fricción viene dada por el producto entre el área de contacto y la tensión tangencial, pero ya no se puede establecer un coeficiente de fricción constante que la relacione con la fuerza normal y no sigue las leyes de fricción.

En este tema, el trabajo de investigación realizado por Zorev [2][6] es muy relevante. En la Fig. 6 se muestra el modelo que realizó. En él se observa cómo la zona de contacto entre la viruta y la herramienta, en este caso para una viruta continua y sin recrecido, se divide en dos partes. La región más próxima al borde de corte, se denomina de adherencia. Es en esta región, de longitud l_{st} donde el área real de contacto coincide con el área aparente debido a las altas tensiones normales. Como se puede ver, esto va a suponer que la tensión tangencial se mantiene constante, al contrario que el coeficiente de fricción. Posteriormente, al alejarse del punto de corte, la tensión normal disminuye exponencialmente hasta que llega un punto en el que es suficientemente baja como para que A_r sea menor que A_a y, por lo tanto, se puede establecer un coeficiente de fricción constante. Esta región se denomina región de deslizamiento. Tras una longitud l_f la tensión normal y la tangencial se hacen cero y la viruta se separa de la herramienta.

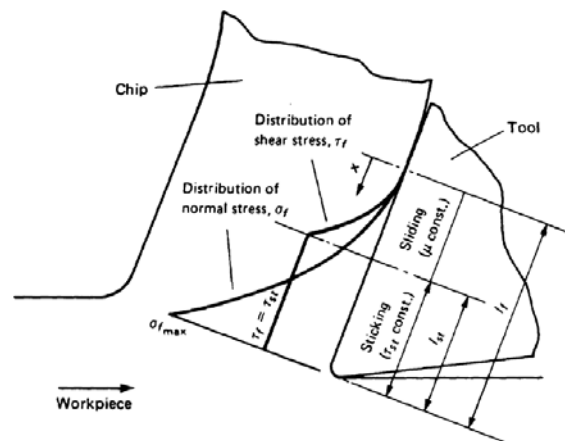


Fig. 6. Zonas de adherencia y deslizamiento en la zona de contacto [6].

Zorev a su vez observa que el ángulo medio de fricción, que en la Fig. 2 es τ , depende de la tensión normal media en la zona de contacto, lo cual puede explicar la influencia del ángulo de ataque α sobre τ . Con un incremento de α la componente normal N decrece y también lo hace la tensión normal. Sin embargo, la tensión cortante se mantiene constante, por lo que el incremento de α llevará a un incremento de τ . Ésto está de acuerdo con los resultados experimentales.

Hasta ahora, sólo se ha hablado principalmente del proceso de mecanizado desde un punto de vista de la mecánica, tratando de establecer una relación entre las condiciones de corte y los datos obtenidos experimentalmente, como por ejemplo para el caso del ángulo de cortadura. A su vez, se ha tratado brevemente la fricción y los modelos del material, para los cuales se ha establecido un concepto denominado temperatura modificada con la velocidad. La temperatura y la generación de calor es el último aspecto

relevante que queda por tratar, para lo cual, se recurrirá a la investigación realizada por Boothroyd [6][8].

Ya se ha establecido, al exponer el modelo de Ernst y Merchant, que la potencia consumida en el corte viene dada por el producto de la fuerza y la velocidad de corte:

$$P_m = F_c V_c \quad (15)$$

Esta energía, ante una deformación elástica, se almacena en forma de energía de deformación, sin generación de calor. Sin embargo, las deformaciones en los procesos de mecanizado son muy grandes, de forma que la deformación elástica es sólo una pequeña parte, siendo principalmente plástica. Por ello, se considera que la energía empleada en la deformación se convierte en su mayoría en calor. En la Fig. 7 se observan las zonas de generación de calor, que coinciden con las zonas de deformación y las de fricción. La zona de deformación primaria es aquella en la que se produce la deformación de cortadura por la que se forma la viruta. La zona secundaria se caracteriza por la generación de calor por fricción y la deformación provocada con la fricción adhesiva. En ocasiones, cuando se considera que la herramienta no tiene un borde perfectamente afilado, existe una zona de generación terciaria por fricción entre la herramienta y la nueva superficie generada en la pieza, que se corresponde con la superficie BD de la Fig. 7. No obstante, esta última zona de generación no suele tenerse en cuenta.

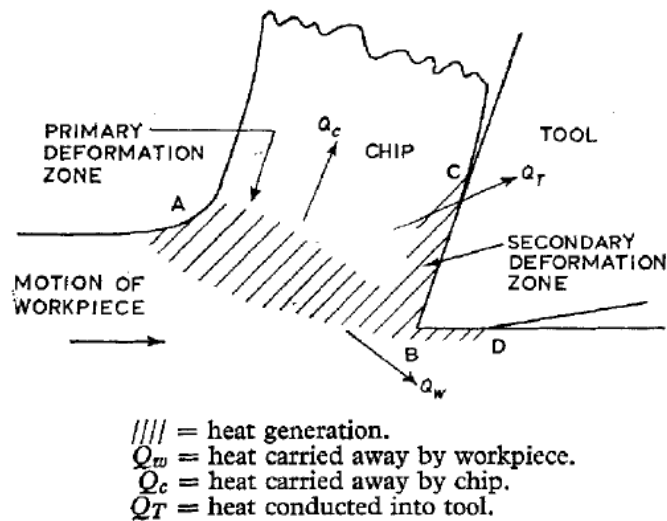


Fig. 7. Zonas de deformación/generación de calor en el corte ortogonal [6].

Por lo tanto, la energía empleada en el proceso puede escribirse como:

$$P_m = P_s + P_f \quad (16)$$

Donde P_s es la energía de la zona primaria, producida por la deformación de cortadura, y P_f es la generación de calor en la zona de secundaria, producida por la fricción. Boothroyd considera conocidas tanto a P_m como a P_f , puesto que esta última viene dada por el producto de la fuerza de fricción F por la velocidad de la viruta relativa a la pieza, que en la Fig. 2 es V_f . Así pues, P_s se puede calcular en base a las otras dos.

En lo que se refiere a la transferencia del calor, se debe considerar que hay un movimiento de material. En la Fig. 8 se representa un elemento por el que se fluye el

material calentado. En dicho elemento, el punto A de coordenadas x e y , se considera con una temperatura θ . A partir él se calculan las coordenadas y temperaturas de los demás puntos. En las fronteras AB y CD el calor se transferirá por conducción, puesto que habrá un gradiente de temperatura, y por transporte, puesto que hay un movimiento de material. Sin embargo, en las fronteras BC y AD el calor sólo puede transferirse por conducción. Si la generación de calor en el elemento es cero, Boothroyd establece que:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \frac{R}{t_1} \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (17)$$

En esta expresión, R es un número adimensional térmico que viene dado por:

$$R = \frac{\rho c v t_1}{k} \quad (18)$$

ρ es la densidad del material, c es el calor específico, v es la velocidad del material relativa a la fuente de calor, k es la conductividad térmica y t_1 es la profundidad de corte.

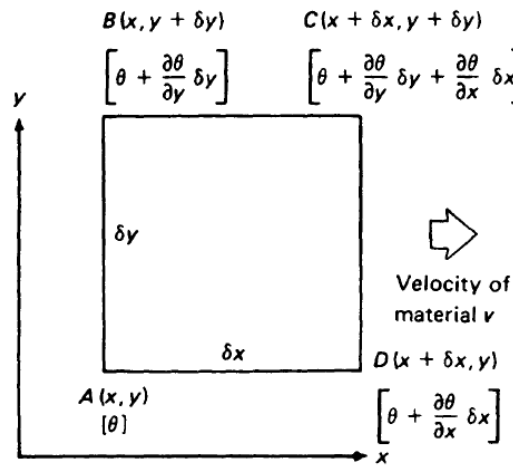


Fig. 8. Elemento con flujo de metal calentado [6].

Por tanto, en las zonas de generación de calor de la pieza, el calor se va a transferir por conducción, puesto que van a existir gradientes de temperatura, y por transporte, debido al flujo de material. A través de la zona de contacto viruta-herramienta el calor sólo va a poder transmitirse por conducción, puesto que no hay una transferencia de material. En la Fig. 9 se muestra una distribución de temperaturas obtenida por Boothroyd mediante una fotografía de infrarrojos. Como se puede observar, el material que pasa por la línea de flujo Y se calienta más que el de X ya que transita a través de la zona primaria y la secundaria.

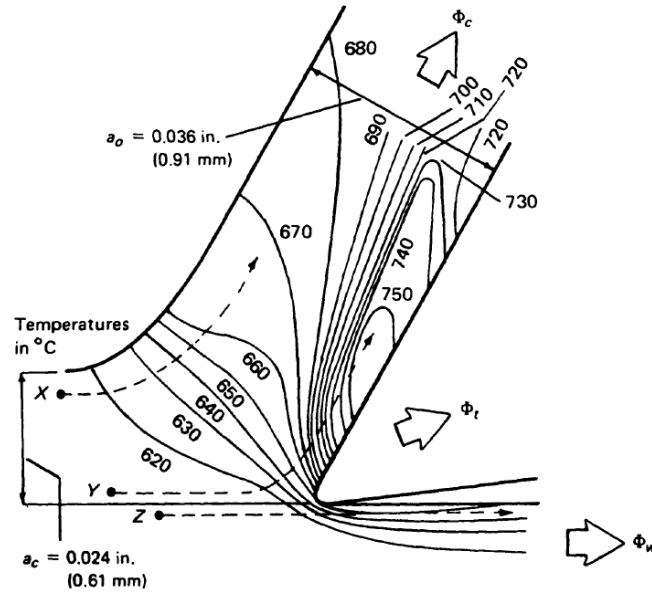


Fig. 9. Distribución de temperaturas en el corte ortogonal obtenidas por Boothroyd [6].

Boothroyd continúa examinando más detalladamente las temperaturas en la zona primaria. De la generación de calor en dicha zona, P_s , una parte β se transmite a la pieza sobre la que se trabaja y el restante $(1-\beta)$ se transmite a la viruta. Por tanto, el incremento medio de temperatura del material que pasa por la zona primaria será:

$$\theta_s = \frac{(1 - \beta)P_s}{\rho c v t_1 w} \quad (19)$$

Donde w es el espesor de la viruta y v la velocidad de corte. Para determinar β en función de las condiciones de corte, se realizaron diversos estudios. En la Fig. 10 se muestra la dependencia de β respecto al producto de R y la tangente de ϕ .

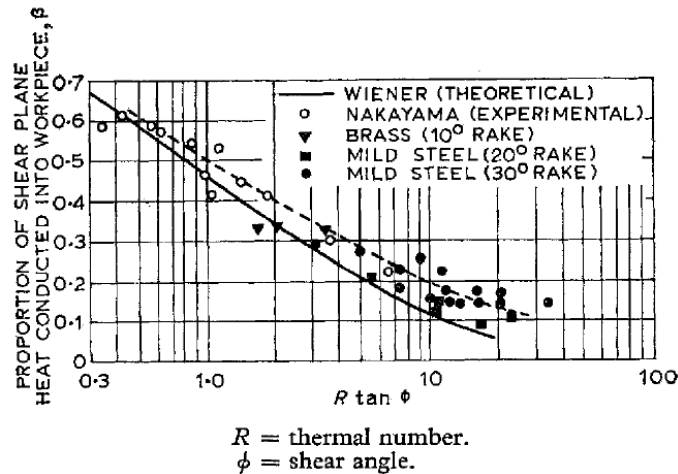


Fig. 10. Proporción del calor generado en la zona primaria transmitido a la pieza de trabajo en función de $R \tan(\phi)$ [8].

La zona secundaria será donde mayores temperaturas se alcancen durante el proceso de corte. Para estimarlas, Boothroyd recurre al estudio que realizó Rapier. En él se considera que la máxima temperatura, θ_{max} , alcanzada en el proceso viene dada por:

$$\theta_{max} = \theta_m + \theta_s + \theta_0 \quad (20)$$

En la ecuación, θ_m representa el incremento de temperatura ocurrido al atravesar la zona secundaria, θ_s es el incremento a través de la zona primaria y θ_0 es la temperatura inicial de trabajo. Rapier supuso una zona plana de fricción entre la herramienta y la viruta, con una fuerza uniforme. Con ello, obtuvo la siguiente expresión:

$$\frac{\theta_m}{\theta_f} = 1,13 \sqrt{\frac{R}{h}} \quad (21)$$

En este caso, h es la longitud de contacto viruta-herramienta, θ_m es el máximo incremento de temperatura tras pasar por la zona secundaria y θ_f es el incremento medio de temperatura, que a su vez viene dado por:

$$\theta_f = \frac{P_f}{\rho c v t_1 w} \quad (22)$$

Posteriormente, Boothroyd comprobó que la estimación realizada por Rapier sobreestimaba la temperatura máxima y lo achaca al hecho de que considera la zona de generación como un plano, llevando a proponer, a su vez, que en la viruta se producía deformación y que la zona secundaria se introducía en cierta medida en la viruta.

2.2. La teoría de Oxley

Analizados los antecedentes de la teoría de Oxley, se procede a exponer la misma. Si bien Oxley realizó su investigación especialmente durante la década de los 70 junto a otros investigadores como Stephenson o Mathew, la exposición de la teoría completa se realizó en 1989 con la publicación de su libro “*Mechanics of Machining: An Analytical Approach to Assessing Machinability*” [9]. Se va a tratar de evitar largas demostraciones de algunas expresiones empleadas en la teoría puesto que supondría extender el trabajo y están disponibles en las obras originales.

El objetivo de la teoría de Oxley es relacionar las condiciones de corte y las propiedades del material con las variables del proceso: fuerza de corte, tensiones, temperaturas, etcétera. De esta forma, se llega a una teoría predictiva del proceso con la que se puede tratar de optimizar la operación. Para ello, una de sus principales contribuciones es un algoritmo mediante el cual, introduciendo los datos del corte y el material, se obtienen las variables mencionadas. Oxley se va a basar en la teoría del campo de líneas de deslizamiento para desarrollar su teoría de la zona de corte de lados paralelos, por la que la zona principal y la zona secundaria se consideran bandas en las que sucede la deformación plástica. Por tanto, esta teoría se va a basar en las viruta tipo II.

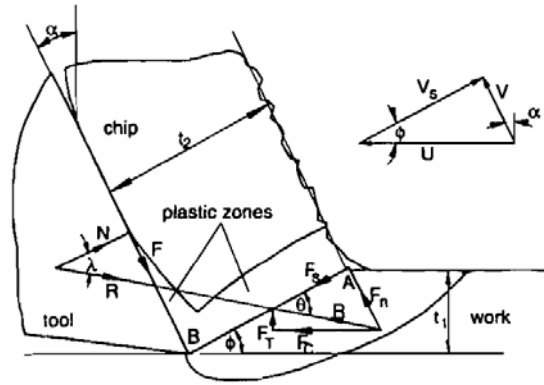


Fig. 11. Esquema del corte ortogonal según la teoría de Oxley [9].

En la Fig. 11 se observa el esquema característico de la teoría y en él se muestran todas las fuerzas, ángulos y velocidades involucradas en el corte ortogonal. Como se puede ver, en este caso se tienen en cuenta dos zonas plásticas, la primaria y la secundaria, que como se ha dicho, Oxley las va a idealizar como bandas. También, las fuerzas coinciden con las vistas en el círculo de Merchant de la Fig. 2. Ya se ha establecido que el modelo del corte ortogonal considera que el borde de corte es normal a la velocidad de corte y con un filo perfecto, además de asumir un proceso estacionario. Sin embargo, también se tienen en cuenta otras simplificaciones. Puesto que el grosor de la zona de corte es pequeño comparado con la anchura de corte, se considera que sucede bajo un estado de carga de deformación plana. A su vez, tanto el plano AB de la zona primaria como la zona de contacto viruta-herramienta se considera que son direcciones de tensión cortante, así como de máxima tasa de deformación. En la Fig. 12 se muestra la aproximación realizada por Oxley para las zonas primaria y secundaria, viendo una clara diferencia con las mostradas en la Fig. 11, producto de datos experimentales.

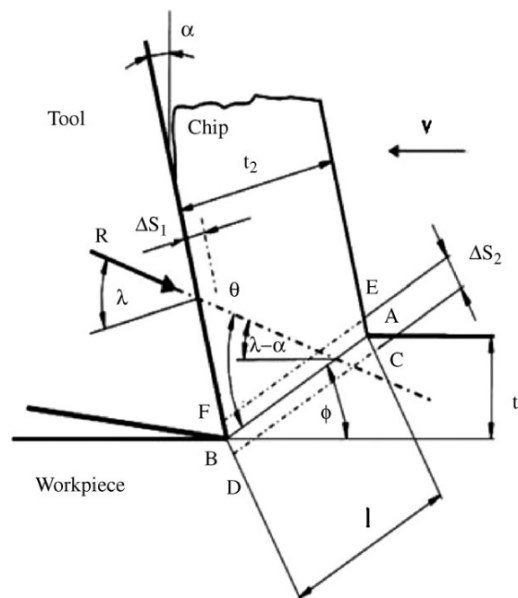


Fig. 12. Representación de las bandas de la zona primaria y secundaria [10].

Para exponer la teoría, se comienza por suponer el ángulo de corte ϕ conocido, al igual que se ha mostrado con Ernst y Merchant. Visto el modelo de la Fig. 11, se pueden establecer las siguientes relaciones entre las fuerzas:

$$F_C = R \cos(\lambda - \alpha) \quad (23)$$

$$F_T = R \sin(\lambda - \alpha) \quad (24)$$

$$F = R \sin \lambda \quad (25)$$

$$N = R \cos \lambda \quad (26)$$

$$R = \frac{F_S}{\cos(\theta)} = \frac{k_{AB} t_1 w}{\sin \phi \cos \theta} \quad (27)$$

Donde R es la fuerza resultante, F_C es la fuerza de corte, F_T es la fuerza de empuje y F y N son, respectivamente, la fuerza de rozamiento y la normal en la zona de contacto viruta-herramienta. A su vez, se emplean t_1 y w , que son la profundidad del corte y la anchura, k_{AB} es la tensión cortante en el plano AB, α es el ángulo de corte, ϕ es el ángulo del plano de corte, λ es el ángulo de rozamiento (en la Fig. 2 es τ) y θ es el ángulo entre la resultante y el plano de corte. Atendiendo a la geometría también se pueden obtener otras relaciones:

$$t_2 = t_1 \cos(\phi - \alpha) / \sin(\phi) \quad (28)$$

$$l = t_1 / \sin(\phi) \quad (29)$$

$$\theta = \phi + \lambda - \alpha \quad (30)$$

$$V_S = \frac{U \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (31)$$

$$V = \frac{U \sin \alpha}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (32)$$

En este caso se calcula el espesor de la viruta t_2 , la longitud l del plano AB, las relaciones entre las velocidades y se presenta una nueva relación entre los ángulos, como las que ya se han expuesto anteriormente en la Tabla 1. Sin embargo, en este caso los ángulos que se consideran desconocidos van a ser tanto θ como λ . Para poder completar la expresión, Oxley realiza un desarrollo teórico [9][11] que le lleva a la siguiente expresión:

$$\tan \theta = 1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) - Cn \quad (33)$$

De esta forma, se puede obtener el ángulo θ . C y n son constantes empleadas por Oxley. Para entenderlas se va a profundizar más en la modelización de la zona principal.

2.2.1. Zona primaria

Como ya se ha dicho, la zona primaria se idealiza como una banda, cuyo espesor va a ser Δs_l . El plano AB (plano de corte) de la Fig. 11 se sitúa en el centro de la banda y se considera una zona de máxima tensión de cortadura y de velocidad de deformación. Examinando los resultados experimentales, que se muestran en la Fig. 13, Oxley observó como efectivamente en la zona AB se sitúa la máxima velocidad de deformación de

cortadura $\dot{\gamma}_{AB}$ [12]. En concreto, en la gráfica se muestra cómo evoluciona la tasa en relación al plano para diferentes velocidades de corte.

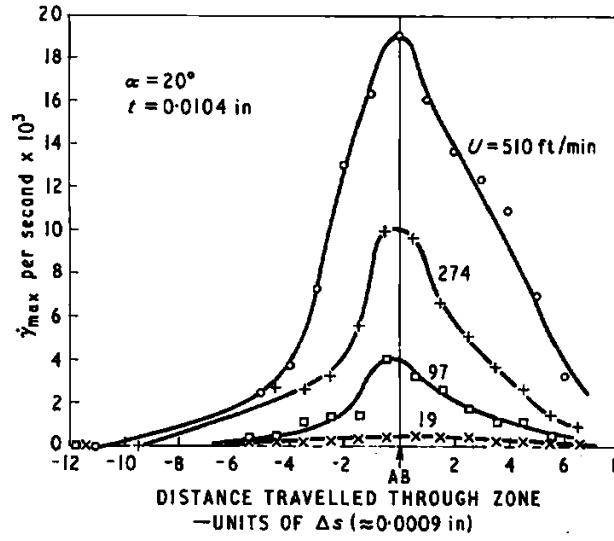


Fig. 13. Evolución de la tasa de deformación $\dot{\gamma}_{AB}$ en función de la distancia al plano AB para diferentes velocidades [12].

A su vez, en la Fig. 14 se muestra la relación entre la tasa de deformación de cortadura $\dot{\gamma}_{AB}$ y V_s/l y se observa una tendencia que lleva a Oxley a establecer la relación:

$$\dot{\gamma}_{AB} = C \frac{V_s}{l} \quad (34)$$

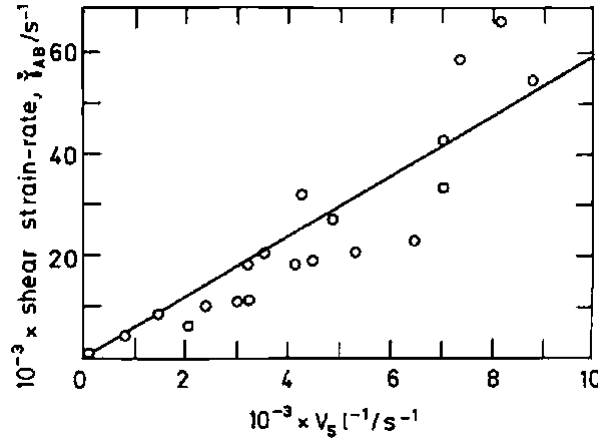


Fig. 14. Evolución de la tasa de deformación máxima respecto a V_s/l [9].

En el caso de la deformación por cortadura en el plano AB, $\dot{\gamma}_{AB}$, viene dada por la expresión:

$$\dot{\gamma}_{AB} = \frac{1}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin \phi \cos(\phi - \alpha)} \quad (35)$$

Al considerar la zona de deformación con un estado de tensión puramente cortante, siguiendo la teoría de von Mises, se pueden establecer las siguientes relaciones:

$$\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{3}} \quad (36)$$

$$\gamma = \sqrt{3}\varepsilon \quad (37)$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{3}\dot{\varepsilon} \quad (38)$$

Donde τ , γ y $\dot{\gamma}$ son la tensión, deformación y tasa de deformación de cortadura y σ , ε y $\dot{\varepsilon}$ son la tensión, deformación y tasa de deformación uniaxiales equivalentes. Por lo tanto, para caracterizar por completo la zona primaria únicamente nos queda la tensión y la temperatura. Para el caso de la tensión se emplea el modelo de comportamiento plástico del material dado por la expresión:

$$\sigma = \sigma_1 \varepsilon^n \quad (39)$$

Recuerda a la expresión de Hollomon. La tensión se relaciona con la deformación mediante las constantes σ_1 y n . La primera de ellas se correspondería con el coeficiente de endurecimiento y la segunda con el índice de endurecimiento por deformación. Para el cálculo de estas constantes Oxley recurre a datos obtenidos experimentalmente para cada material. Las Fig. 15 y 16 ilustran, respectivamente, las evoluciones de σ_1 y n para algunos aceros de distintos contenidos en carbono. Como se puede observar en el eje de abscisas, en ambos casos los valores vienen dados por la temperatura modificada, que se corresponde con la Ecuación (12) establecida por MacGregor y Fisher y expuesta más arriba. En concreto, Oxley la escribe como:

$$T_{mod} = T \left[1 - v \log \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \quad (40)$$

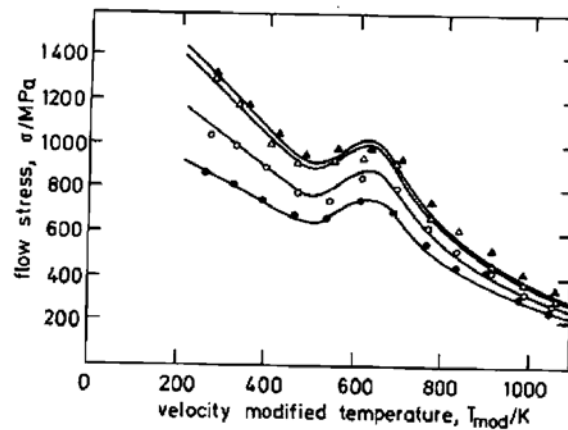


Fig. 15. Evolución de σ_1 en función de la temperatura modificada T_{mod} para los aceros con: ▲, 0,52% de carbono; △, 0,49% de carbono; ○, 0,33% de carbono; ●, 0,16% de carbono [9].

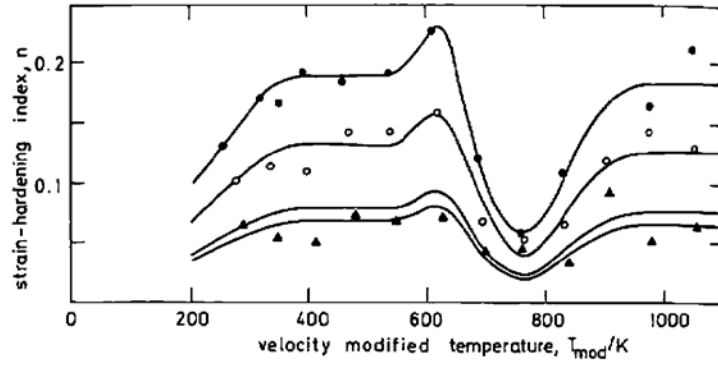


Fig. 16. Evolución del índice de endurecimiento n en función de la temperatura modificada T_{mod} para los aceros con: ▲, 0,52% de carbono; △, 0,49% de carbono; ○, 0,33% de carbono; ●, 0,16% de carbono [9].

En la ecuación para la temperatura modificada, T es la temperatura absoluta del material, en kelvin, y v y $\dot{\epsilon}_0$ son constantes. En el caso de Oxley estas constantes tienen los valores $v=0,09$ y $\dot{\epsilon}_0=1 \text{ s}^{-1}$. Para calcular σ_l y n se emplean una serie de ecuaciones polinómicas [9] que debido a su extensión y al hecho de que no van a ser empleadas al realizar el modelo de material, no se van a incluir en el trabajo.

Por lo tanto, sólo queda conocer T , que será la temperatura T_{AB} , es decir aquella del plano de corte y que Oxley la considera constante en toda la longitud de AB. Esta temperatura se calcula como:

$$T_{AB} = T_W + \eta \Delta T_{SZ} \quad (41)$$

La temperatura en el plano AB depende de T_W , que es la temperatura inicial de trabajo y se suele considerar la temperatura ambiente, η y ΔT_{SZ} . El término ΔT_{SZ} se trata del incremento de temperatura que tiene lugar en la zona primaria debido al trabajo plástico realizado en la misma. El término η es un factor que tiene un valor entre 0 y 1. En el caso de Oxley, considera que el factor permite tener en cuenta que en AB no se ha producido todo el trabajo plástico [9]. Sin embargo, en el caso de Lalwani [10], que posteriormente implementaría definitivamente el modelo de material de Johnson-Cook con la teoría de Oxley, el factor se emplea para considerar que no todo el calor producido en la zona de deformación se muestra como calor sensible, sino que también hay parte que se emplea como calor latente. En cualquier caso, se puede concluir que es un factor empleado para realizar un ajuste de los resultados obtenidos por la teoría en base a los datos experimentales. No obstante, cabe señalar que por lo general el factor también va a depender del material. ΔT_{SZ} se calcula en base a la Ecuación (19) desarrollada por Boothroyd, simplemente considerando que P_s es $F_s V_s$ y sustituyendo la velocidad según la Ecuación (31).

$$\Delta T_{SZ} = \frac{1 - \beta}{\rho S t_1 w} \frac{F_s \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (42)$$

En el caso de β se trata del mismo factor empleado por Boothroyd, que establece la cantidad de calor por deformación que se transmite a la pieza de trabajo en lugar de a la viruta, y se calcula en base a la Fig. 10 expuesta más arriba. S es el calor específico,

que suele ser una expresión en función de la temperatura, y ρ es la densidad. Para calcular β se emplean las siguientes expresiones obtenidas de la Fig. 10:

$$\beta = 0,5 - 0,35 \log(R_T \tan \phi) \quad \text{para } 0,04 \leq R_T \tan \phi \leq 10 \quad (43)$$

$$\beta = 0,3 - 0,15 \log(R_T \tan \phi) \quad \text{para } R_T \tan \phi > 10 \quad (44)$$

Con el número R_T calculado igual que Boothroyd, mediante la densidad ρ , la velocidad de avance U , la profundidad de corte t_1 , es calor específico S y la conductividad K :

$$R_T = \frac{\rho S U t_1}{K} \quad (45)$$

Empleando todas las ecuaciones anteriores se puede calcular la temperatura del plano AB y, por lo tanto, también la tensión en base a la Ecuación (39). Así, también se puede calcular la fuerza de cortadura, que como se desprende de la ecuación de la resultante, F_S es:

$$F_S = k_{AB} l w \quad (46)$$

De esta forma se termina caracterizando todas las variables que actúan en la zona primaria del proceso de corte ortogonal.

2.2.2. Zona secundaria

A continuación, se procederá a explicar la zona secundaria. De nuevo, la zona secundaria se considera una banda de deformación plástica que se extiende a lo largo de toda zona de contacto viruta-herramienta. En esta banda, se considera un estado uniforme de tensiones para simplificar el análisis. Las variables geométricas van a ser la longitud de contacto h , el espesor de la viruta t_2 y el espesor de la banda de la zona secundaria. El espesor de la viruta se ha calculado en la Ecuación (28) y la longitud de contacto es:

$$h = \frac{t_1 \sin \theta}{\cos \lambda \sin \phi} \left\{ 1 + \frac{Cn}{3 \left[1 + 2 \left(\frac{1}{4} \pi - \phi \right) - Cn \right]} \right\} \quad (47)$$

Todas las variables para el cálculo de h se conocen a partir de las ecuaciones anteriores. Por otro lado, el espesor de la banda de la zona secundaria, que se va a denominar Δs_1 (ver Fig. 12), se calcula como una fracción δ del espesor t_2 :

$$\Delta s_1 = \delta t_2 \quad (48)$$

A su vez, la deformación, γ_{int} , y la velocidad de deformación por cortadura en esta zona secundaria, $\dot{\gamma}_{int}$, es:

$$\gamma_{int} = 2\gamma_{AB} + \frac{1}{2} \frac{h}{\delta t_2} \quad (49)$$

$$\dot{\gamma}_{int} = \frac{V}{\delta t_2} \quad (50)$$

Puesto que las fuerzas se han podido calcular anteriormente y se dispone de la velocidad de deformación y los parámetros geométricos, sólo queda calcular la tensión

aplicada en la zona y la temperatura alcanzada en la viruta. Comenzando con la temperatura de la zona de contacto, T_{int} , se calcula:

$$T_{int} = T_W + \Delta T_{SZ} + \psi \Delta T_M \quad (51)$$

En este caso volvemos a tener la temperatura ambiente, T_W , y el incremento de la temperatura de la zona primaria, ΔT_{SZ} , solo que en este caso no se emplea el factor η ya que el material ha pasado por la zona primaria, por lo que el incremento de temperatura ya es completo. ΔT_M representa el incremento de temperatura máximo en la zona secundaria y va acompañado de un nuevo factor ψ , empleado para tener en cuenta la posible variación de la temperatura en esta zona. Este máximo incremento de temperatura se calcula mediante la expresión:

$$\log\left(\frac{\Delta T_M}{\Delta T_C}\right) = 0,06 - 0,195\delta\left(\frac{R_T t_2}{h}\right)^{\frac{1}{2}} + 0,5 \log\left(\frac{R_T t_2}{h}\right) \quad (52)$$

En este caso, ΔT_C es el incremento de temperatura medio en la viruta, dado por:

$$\Delta T_C = \frac{F \sin \phi}{\rho S t_1 w \cos(\phi - \alpha)} \quad (53)$$

En el caso de R_T , S y K , van a depender de la temperatura de la zona secundaria. Por otro lado, en la zona secundario la tensión se va a calcular de dos formas:

$$\tau_{int} = \frac{F}{hw} \quad (54)$$

$$k_{chip} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{3}} \quad (55)$$

En la Ecuación (55), σ_I se va a calcular de nuevo mediante la temperatura modificada, teniendo en cuenta la tasa de deformación y la temperatura en la zona secundaria. En realidad, se trata de la misma ecuación que la (39), pero no se tiene en cuenta el término de deformación ε^n ya que los resultados experimentales mostraban que su relevancia era muy pequeña [9]. Sin embargo, si los resultados experimentales para cierto material muestran lo contrario, sí se debería añadir a la Ecuación (55) el término ε^n . La razón del cálculo de la tensión de cortadura según dos ecuaciones viene dada por su uso en el algoritmo, puesto que se va a emplear el hecho de que deben coincidir.

Por último, ya se ha mencionado anteriormente que se considera que en la zona secundaria hay un estado de tensiones continuo en toda la banda con el objetivo de simplificar el modelo, si bien se ha visto en la Fig. 6 que no es así. La tensión normal en la zona de contacto, σ_N , también se considerará uniforme en toda ella y se calcula, de nuevo, de dos formas:

$$\frac{\sigma'_N}{k_{AB}} = 1 + \frac{\pi}{2} - 2\alpha - 2Cn \quad (56)$$

$$\sigma_N = \frac{N}{hw} \quad (57)$$

La razón para el cálculo mediante ambas relaciones es, de nuevo, la realización del algoritmo, suponiendo de nuevo que ambos valores (σ'_N y σ_N) deben de coincidir.

2.3. Generalización del modelo de material

Una vez se ha estudiado la teoría completa desarrollada por Oxley, se va a proceder en este apartado a desarrollar el modelo de material que emplea y a presentar la modificación realizada por Lalwani [10] basándose en el modelo de Johnson-Cook [13]. En primer lugar, para poder ver claramente las diferencias, se va a examinar el modelo de material de Oxley, comenzando por reproducir la Ecuación (39):

$$\sigma = \sigma_1 \varepsilon^n \quad (39)$$

Como ya se ha explicado anteriormente, σ_1 y n vienen dadas por ecuaciones polinómicas obtenidas de los datos experimentales que tienen la forma presente en las Fig. 15 y 16. Estas constantes, van a depender a su vez de la temperatura modificada por la velocidad de deformación T_{mod} , por lo que se requiere a su vez de la Ecuación (40), que se reproduce a continuación:

$$T_{mod} = T \left[1 - v \log \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \quad (40)$$

En esta ecuación, las constantes son v y $\dot{\varepsilon}_0$, que tienen los valores de 0,09 y 1 respectivamente. Estas constantes dependen de las condiciones en las que se ha realizado la experimentación, por ejemplo, en cierto momento de la experimentación Oxley emplea v igual a 0,12.

Como se puede deducir a partir de las ecuaciones, la tensión va a depender de la temperatura, la velocidad de deformación y la deformación. De la ecuación de la temperatura modificada se intuye que la temperatura y la velocidad de deformación tienen efectos contrarios. En la Fig. 17 se ilustra la evolución de las constantes en función de $\dot{\varepsilon}$. Oxley observa que a bajas velocidades de corte, que conllevan una baja velocidad de deformación, el endurecimiento provocado por ésta predomina frente a la disminución provocada por el aumento de la temperatura. Este ablandamiento térmico (*“thermal softening”* en inglés) provocado por el incremento de la temperatura resultará más importante en velocidades de deformación mayores (cuando el incremento en el logaritmo se hace menos acusado), como se puede observar a con $\dot{\varepsilon}=2 \cdot 10^3/s$, donde alcanza un mínimo local. Posteriormente, el efecto de endurecimiento vuelve a ser predominante, incrementando de nuevo σ_1 .

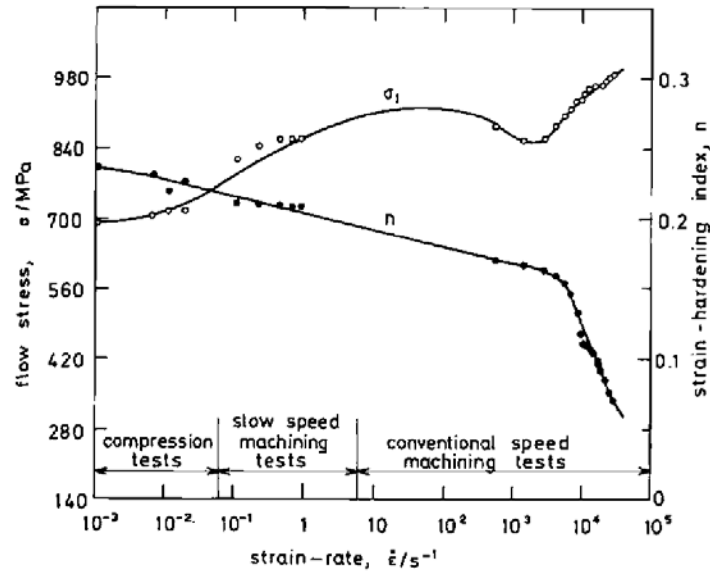


Fig. 17. Evolución de σ_I y n en función de la velocidad de deformación [11].

Por otro lado, en las Fig.s 15 y 16 se pueden obtener otros datos sobre el comportamiento del material. En la primera de ellas se observa como con el incremento de la temperatura modificada se va a producir un descenso de σ_I , que se traduciría en una disminución del límite elástico y de la curva plástica. Éste es el denominado ablandamiento térmico. Sin embargo, en las gráficas también se localizan grandes cambios en temperaturas en torno a los 600-800K. Se trata del fenómeno de la fragilidad azul (“blue brittleness” en inglés), un envejecimiento acelerado por deformación que se suele localizar en los aceros al carbono en ese rango de temperaturas. A su vez, se concluye que con el aumento del carbono σ_I tiende a aumentar y n a disminuir.

Ya se ha visto la complejidad del modelo de Oxley, para el que se debe tener en cuenta que se requieren las ecuaciones polinómicas de σ_I y n dependientes de la temperatura modificada. Sin embargo, hay un gran número de modelos de comportamiento plástico. Uno muy característico es el de Johnson-Cook [13], que es el empleado por Lalwani et al. [10], que consiguen implementarlo claramente en el algoritmo predictivo de Oxley. Sin embargo, también se pueden encontrar trabajos anteriores en los que se trata este modelo con la teoría de Oxley [14][15][16]. A continuación, se muestra la ecuación del modelo de material:

$$\sigma = (A + B\epsilon^n) \left(1 + C \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right) \left[1 - \left(\frac{T - T_W}{T_m - T_W} \right)^m \right] \quad (58)$$

La gráfica tensión-deformación va a venir determinada por los cinco parámetros: A , B , n , C y m . Todos ellos se calculan experimentalmente, al igual que en el caso de Oxley. No obstante, la expresión se reduce a la Ecuación (58), sin ningún otro cálculo que le acompañe, de ahí la mayor simplicidad del modelo. Respecto a las otras constantes, $\dot{\epsilon}_0$ es el mismo que el empleado anteriormente, T_W es la temperatura de trabajo o ambiente y T_m es la temperatura de fusión del material. En la Tabla 2 se ven los valores de las diferentes constantes empleadas en el modelo de Johnson-Cook para el acero AISI-1045.

Tabla 2. Parámetros de Johnson-Cook para el acero AISI-1045 [10].

A (MPa)	B (MPa)	n	C	m
553,1	600,8	0,234	0,0134	1

Como se ve, de nuevo, la tensión va a depender de la temperatura, la velocidad de deformación y la deformación. A su vez, se pueden distinguir tres términos separados para cada una de estas variables. El primero de todos es el término elástico-plástico, con las constantes A , B y n . Éste va a modelizar la curva sin la influencia de la velocidad de deformación y la temperatura. El segundo término es el de viscosidad y viene determinado por la velocidad de deformación y la constante C . En este caso, este término va a emplearse para tener en cuenta el endurecimiento por la velocidad. El tercer término es el de ablandamiento y emplea la constante m junto con la temperatura del material para modelizar el ablandamiento del material con el aumento de la temperatura. Se puede ver como, al igual que en el modelo de Oxley, la temperatura y la velocidad de deformación van a tener efectos contrarios.

Este cambio del modelo de material va a suponer también dos cambios. En primer lugar, puesto que una constante del material se denomina C , el parámetro C descrito en la Fig. 14 y presente en la Ecuación (34) (entre otras), va a pasar a denominarse C_0 . En segundo lugar, el parámetro n empleado en ecuaciones como la (33) y la (49) no se corresponde completamente con el índice de endurecimiento empleado por el modelo de material de Johnson-Cook, por lo que en Lalwani et al. [10] se nombra como n_{eq} y, tras un desarrollo teórico, se llega a la expresión:

$$n_{eq} = \frac{nB\varepsilon_{AB}^n}{A + B\varepsilon_{AB}^n} \quad (59)$$

Este nuevo n_{eq} será el que sustituirá al n en las ecuaciones anteriores como la (33) o la (47).

Por último, quedan de considerar el calor específico y la conductividad del material. Oxley establece en base a datos experimentales expresiones en función de la temperatura y el contenido en carbono y otros elementos de la aleación de los aceros. Los ejemplos siguientes son las ecuaciones empleadas en el código realizado por ser las del AISI 1045 [9], el acero con el que se va a comparar los resultados obtenidos:

$$S = 420 + 0.504T \quad (60)$$

$$K = 52,61 - 0,0281T \quad (61)$$

En definitiva, con la implementación del modelo de Johnson-Cook en la teoría de Oxley se consigue un algoritmo más sencillo y una adaptación más sencilla a otros materiales, requiriendo menos experimentación. De hecho, el modelo de Johnson-Cook es usual y los parámetros de los materiales son más sencillos de encontrar, especialmente teniendo en cuenta que la experimentación siguiendo el modelo de material de Oxley sólo se ha realizado para unos pocos aceros con bajo contenido en carbono y algunas aleaciones de aluminio [10]. Por último, esto también significa que se pueden emplear otros modelos de material más complejos, como es el caso del empleado por Li et al. [17], que va a emplear una ecuación más compleja y recurre incluso a modelizar la constante de

elasticidad y el coeficiente de Poisson en función de la temperatura. Esto lo hace ya que estima que los modelos como el de Johnson-Cook no modelizan bien como se influyen la deformación, la tasa de deformación y la temperatura entre ellas.

2.4. Método de los elementos finitos aplicado al corte ortogonal

Hasta ahora, se han visto únicamente teorías analíticas con las que modelizar los procesos de mecanizado (simplificados como corte ortogonal). Con estas teorías se han conseguido obtener valores aproximados de las temperaturas de la zona de corte. Un ejemplo más novedoso es el trabajo realizado por Karpas y Ozel [18][19][15], que mediante un método analítico consiguen la distribución de temperaturas en toda la zona de corte. Esto es importante ya que puede dar información a la hora de evaluar el desgaste de la herramienta.

No obstante, los métodos numéricos son una herramienta muy potente y es muy común en la actualidad ver aplicaciones de los elementos finitos a los procesos de mecanizado. Esto no sólo se aplica a la distribución de temperaturas (el aspecto más térmico del problema), sino también a la predicción de fuerzas y tensiones. Esto es especialmente relevante dada la dificultad de obtener los datos de las operaciones de corte, especialmente las temperaturas.

La aplicación de los elementos finitos ya comenzó durante la década de los 70, teniendo un como ejemplo el trabajo de Tay et al. [20][21], en el que, basándose en la teoría de Oxley, se realiza un modelo de elementos finitos con el que obtener las distribuciones de la temperatura en la zona de corte. Un trabajo muy similar es el realizado en 1995 por Li et al [22][23]. En este caso se basan en el trabajo anterior, de nuevo empleando la teoría de Oxley, y lo mejoran en diversos aspectos. En primer lugar, cambian la distribución de la generación en las zonas de deformación para que se asemeje más a lo observado experimentalmente. En segundo lugar, tienen en cuenta la zona terciaria, por lo que permite tener en cuenta que la herramienta no está perfectamente afilada. Por último, añaden la influencia de la convección forzada resultante del empleo de los refrigerantes durante el mecanizado en función de los números de Reynolds, Nusselt y Prandtl. En la actualidad, como ya se ha mencionado, el método de los elementos finitos es muy empleado. Un artículo que muestra la capacidad de esta herramienta es, por ejemplo, el de Suárez et al. [24], en el que se analiza el desgaste de la herramienta durante el corte de una aleación IN718, comparando lo obtenido con datos experimentales, mostrando además que se puede pasar a modelar las tres dimensiones. Otro ejemplo del estudio del desgaste de la herramienta es el trabajo de Malakizadi et al. [25]. Majumdar et al. [26] realizan un análisis del incremento de temperaturas en la zona de corte para distintas condiciones de corte y variando el coeficiente de convección, empleando además la teoría de Oxley. Grzesik [27] realiza un trabajo interesante incluyendo en el modelo de elementos finitos las capas de recubrimiento empleadas en la herramienta, además de emplear también un algoritmo analítico. Un último ejemplo es el trabajo realizado por Courbon et al. [28], en el que emplean el método de elementos finitos para analizar los fenómenos de fricción en el corte.

En los ejemplos anteriores se ve la complejidad que se puede alcanzar al emplear los elementos finitos. Por ello, en la exposición siguiente y en el modelo que se va a realizar se va a emplear un caso simplificado del mecanizado relacionado con la teoría de Oxley desarrollada. En concreto, se considerará el modelo como corte ortogonal, estacionario y en dos dimensiones. En base a estas simplificaciones, la ecuación de la energía del proceso se presenta a continuación:

$$\rho S \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) - K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - Q = 0 \quad (62)$$

En esta ecuación se tiene la densidad ρ , el calor específico S , la conductividad K , la temperatura T , las cotas x e y , los componentes de la velocidad u y v y la generación de calor Q . Volviendo brevemente a la Fig. 8, se pueden entender los dos primeros términos. El primero de ellos es el término de advección, empleado debido a la transmisión de calor por transporte de material que tiene lugar en el mecanizado. Esto se ve claramente en la Fig. 9, la distribución de temperaturas obtenida por Boothroyd, donde se observa el incremento de temperatura en la nueva superficie generada. Esto es debido a que el material se calienta al pasar cerca de la zona primaria de generación y luego continúa en esta nueva superficie. El segundo término es el de conducción, debido a la diferencia de temperatura entre las diferentes zonas.

Sin embargo, en el elemento de la Fig. 8 no se considera en tercer término, la generación de calor. En este caso la generación viene dada por la siguiente ecuación:

$$\dot{q} = \sigma \dot{\epsilon} \quad (63)$$

Las unidades de \dot{q} son W/m^3 , es decir, la generación de calor por volumen. Teniendo en cuenta la teoría de von Misses (ver Ecuaciones (36-38)), la ecuación anterior también puede expresarse en función de la tensión y tasa de deformación cortantes como:

$$\dot{q} = \tau \dot{\gamma} \quad (64)$$

Ambas ecuaciones deben dar la misma generación de calor, que para la zona primaria es \dot{q}_p y para la secundaria es \dot{q}_s . Este es el término más complejo ya que, como se ha visto, la tensión depende del modelo de material empleado, que deben considerar a su vez la temperatura, la deformación y la tasa de deformación. Por lo tanto, para calcular la tensión se puede emplear los modelos de Oxley o Johnson-Cook. Sin embargo, también se debe tener en cuenta que la generación de calor no es constante en la totalidad de las zonas primaria y secundaria.

En el caso de la zona primaria es especialmente relevante. Ya se ha visto en la Fig. 13 que la tasa de deformación no se mantiene constante a lo largo de la zona primaria, sino que alcanza un pico al pasar por el plano de corte AB, que viene dado por la Ecuación (34). No sólo eso, sino que la deformación total también va a variar, puesto que a la entrada de la zona primaria la deformación es cero y a la salida será la máxima deformación. Teniendo en cuenta que la tasa de deformación es la derivada respecto al tiempo de la deformación y sabiendo que la primera tiene un máximo en la zona AB, la deformación en esta zona tendrá el mayor incremento y en el plano de corte alcanzará el

valor dado por la Ecuación (35). Todo esto tendrá importancia ya que, según los modelos de material, un cambio en estas variables tendrá influencia sobre la tensión y, por lo tanto, también sobre la generación de calor. Llegados a este punto, también conviene establecer el espesor de las bandas que se consideran en la teoría de Oxley y se han visto en la Fig. 12. En la Ecuación (48) se ha establecido el espesor de la zona secundaria. En el caso de la zona primaria, su espesor Δs_2 vendrá dado por la ecuación:

$$\Delta s_2 = \frac{l}{C_0} \quad (65)$$

Tay et al. [20] establecen ecuaciones con las que obtener la evolución de la deformación y la tasa de deformación. En el caso de la deformación, la ecuación es la siguiente:

$$\gamma = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4a \sin^2 \phi (\tan \alpha + \cot \phi)}}{2 \sin^2 \phi (\tan \alpha + \cot \phi) \sqrt{s^2 + 4a \sin^2 \phi (\tan \alpha + \cot \phi)}} \quad (66)$$

Como se ve, todos los parámetros de los que depende γ son constantes (principalmente ángulos. Hay otros dos parámetros que no se han visto anteriormente: la variable s es la distancia perpendicular al plano AB, por lo que sus extremos vendrán dados por las Ecuaciones (48, 66), y a es una constante calculada mediante la ecuación:

$$a = \frac{t_1^2}{16C^2 \sin^4 \phi (\tan \alpha + \cot \phi)} \quad (67)$$

Como se ve, de nuevo todos los parámetros son constantes para el proceso de corte (si se considera un proceso estable). En el caso de la tasa de deformación, la ecuación es:

$$\dot{\gamma} = \frac{2aU \sin \phi}{[s^2 + 4a \sin^2 \phi (\tan \alpha + \cot \phi)]^{3/2}} \quad (68)$$

Incluye también la distancia normal al plano AB s y otras constantes del proceso de mecanizado. Operando con las ecuaciones, cuando $s=0$, se puede ver que los resultados se corresponden con las Ecuaciones (34, 35), es decir, la deformación y la velocidad de deformación en el plano de corte. Las Fig. 18 y 19 muestra un ejemplo de la evolución de γ y $\dot{\gamma}$ en función de s según las ecuaciones dadas. Como ayuda visual, también se adjunta la Fig. 20, en la que se muestra cómo evoluciona la tasa de deformación en la zona primaria en relación con la distancia normal al plano AB.

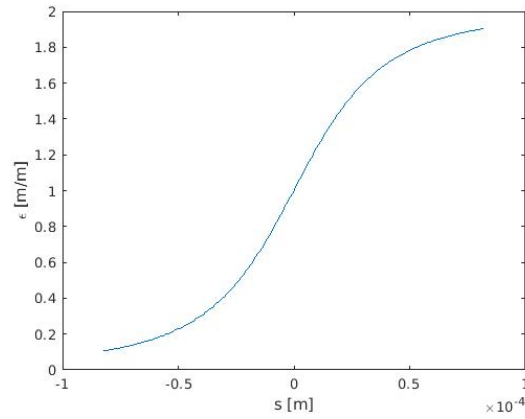


Fig. 18. Evolución de la deformación en función de la distancia ortogonal al plano de corte.

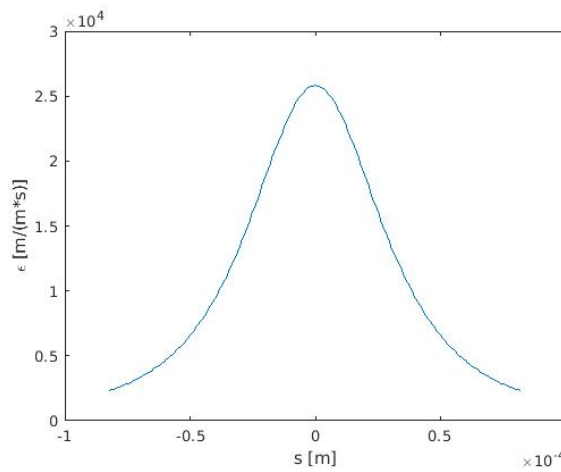


Fig. 19. Evolución de la velocidad de deformación en función de la distancia ortogonal al plano de corte.

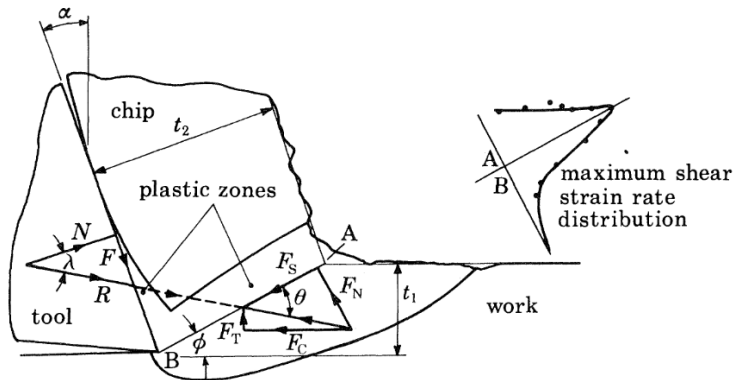


Fig. 20. Representación de la velocidad de deformación en función de la distancia normal al plano de corte [29]

Si aplicamos las Ecuaciones (66, 67) para realizar una distribución de la tensión en función de s empleando la ecuación de Johnson-Cook, Ecuación (58), y considerando a su vez diferentes temperaturas (desde la temperatura ambiente de 25°C hasta la temperatura de fusión de 1460°C), se obtiene la Fig. 21. Con el incremento de la temperatura la tensión va a disminuir de forma notable debido al reblandecimiento ocasionado por dicho incremento.

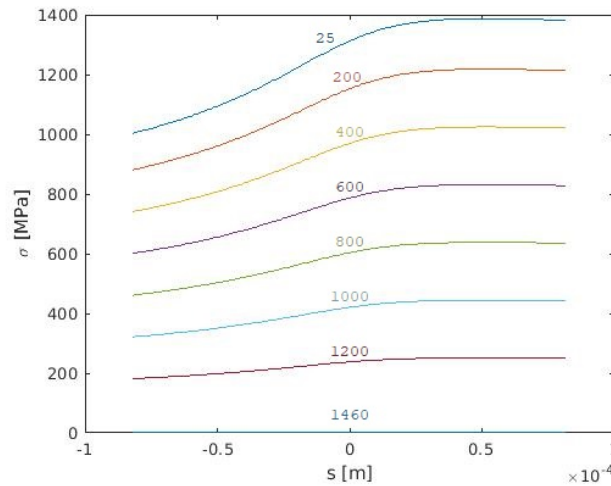


Fig. 21. Evolución de la tensión en función de la distancia normal al plano de corte para diferentes temperaturas.

Por lo tanto, ya tenemos todos los elementos para calcular el calor generado según las ecuaciones (63) o (64). En la Fig. 22 se muestra una evolución de la generación de calor en función de s para distintas temperaturas. Puesto que la generación de calor es el producto de la tensión por la tasa de deformación y se ha establecido que la tensión disminuye con la temperatura mientras que la tasa de deformación se mantiene al depender de parámetros geométricos, la generación también disminuye con la temperatura.

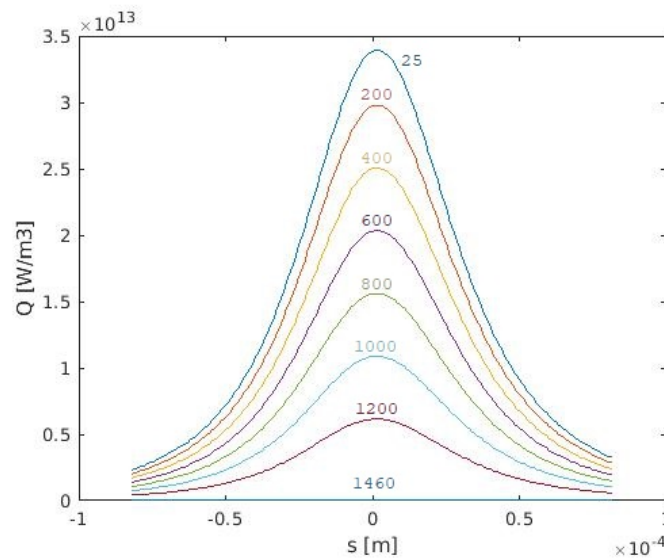


Fig. 22. Evolución de la generación de calor por unidad de volumen en función de la distancia normal al plano de corte.

Ya se ha visto la generación de calor en la zona primaria, dada por la tensión de cortadura y la velocidad de deformación. Sin embargo, en la zona secundaria se van a tener dos métodos de generación de calor distintos. Por un lado, se va a tener el calor generado debido a la fricción en la cara de contacto viruta-herramienta y, por otro lado, se tendrá una generación de calor debida a la deformación plástica en la zona secundaria.

El calor generado debido a la fricción viene dado por la ecuación:

$$\dot{q}_{fric} = \tau_{int} V_x \quad (69)$$

Como se ve, depende de la tensión cortante en la zona de contacto y de la velocidad de la viruta V_x . En el caso de la tensión, ya se ha visto anteriormente que no es constante en la totalidad de la zona de contacto, sino que depende de la tensión normal, que va a propiciar una zona de adherencia y otra de deslizamiento. La variación de esta tensión se puede modelizar, como hacen Li et al. [22], en función de la posición a lo largo de la zona de contacto. Sin embargo, para mayor simplicidad de la exposición y del modelo, la tensión se puede considerar constante, como lo hace la propia teoría de Oxley y en el trabajo de Tay et al. [20][21]. De ahí que únicamente se tenga en cuenta el término τ_{int} .

Por otro lado, el término V_x sí que hace referencia a la velocidad de la viruta en un punto dado de la zona de contacto. Continuando con el trabajo realizado por Tay et al. [20][21], la velocidad variará en la zona de adherencia siguiendo la ecuación:

$$V_x = \frac{1}{3} V \sqrt{1 + \frac{8x}{p}} \quad (70)$$

Con p como la longitud de la zona de adherencia de la zona de contacto viruta-herramienta, que sigue la ecuación:

$$p = \frac{t_1 \sin \theta}{\cos \lambda \sin \phi} \quad (71)$$

Una vez el material entra la zona de deslizamiento, $V_x = V$.

En el caso de la generación de calor debido a la deformación plástica, se va a seguir la Ecuación (64) dada anteriormente. En este caso, la tensión será τ_{int} y la velocidad de deformación será $\dot{\gamma}_{int}$, que se considerará constante.

3. Algoritmo predictivo para el corte ortogonal

Una vez expuesta la teoría de Oxley sobre el corte ortogonal, se va a proceder a describir el algoritmo predictivo con el que, a partir de las condiciones de corte y las propiedades del material, se obtienen los parámetros representativos del corte: tensiones, fuerzas, temperaturas, etcétera. En la Fig. 23 se puede observar el diagrama de flujo del algoritmo empleado por Lalwani et al. [10], adaptado al presente trabajo.

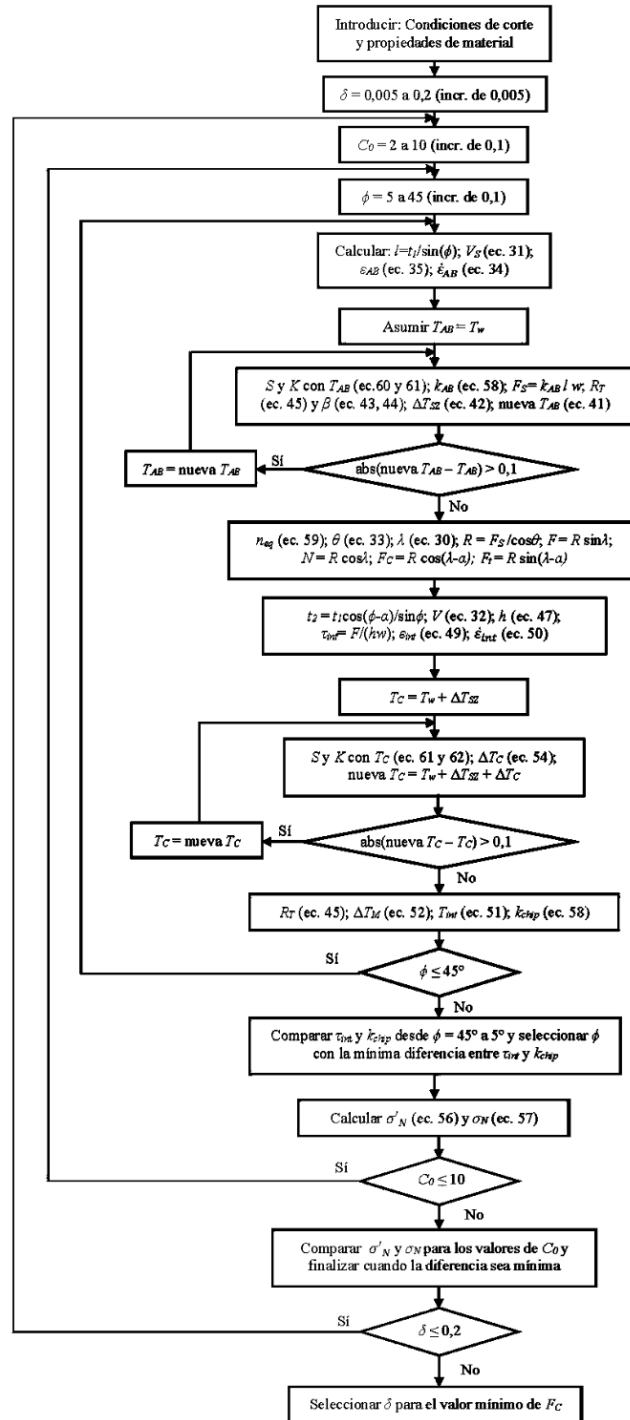


Fig. 23. Algoritmo predictivo para el corte ortogonal.

Las condiciones de corte para las que se tienen datos y que se van a emplear para comprobar los resultados del algoritmo son de pruebas realizadas por Oxley [9] e Ivester et al. [30]. Las condiciones de corte se muestran en las Tablas 3 y 4, que se corresponden respectivamente con los tests de Oxley e Ivester et al. Se muestra: U , la velocidad de avance; t_l , la profundidad del corte; α , el ángulo de ataque; y w , la anchura del corte. El material de los test es el acero AISI 1045, de forma que se empleará el modelo de material de Johnson-Cook mencionado anteriormente.

Tabla 3. Condiciones de corte de los tests experimentales de Oxley. [9]

Test	U (m/min)	t_l (mm)	α (°)	w (mm)
1	100	0,125	-5	4
2	200	0,125	-5	4
3	400	0,125	-5	4
4	100	0,25	-5	4
5	200	0,25	-5	4
6	100	0,5	-5	4

Tabla 4. Condiciones de corte de los tests experimentales de Ivester et al. [30]

Test	U (m/min)	t_l (mm)	α (°)	w (mm)
1	200	0,15	-7	1,6
2	200	0,15	5	1,6
3	200	0,30	-7	1,6
4	200	0,30	5	1,6
5	300	0,15	-7	1,6
6	300	0,15	5	1,6
7	300	0,30	-7	1,6
8	300	0,30	5	1,6

3.1. Descripción del algoritmo

El diagrama cuenta con tres lazos principales por los que se van a determinar, para un conjunto de condiciones de corte y propiedades de material, los parámetros δ , C_0 y ϕ . A partir de estos parámetros se puede calcular el resto de las variables en el corte. Cada uno de estos lazos va a iterar sobre intervalos concretos. El lazo de δ va a recorrer un intervalo entre 0,005 y 0,2 con incrementos de 0,005. Para cada uno de estos valores de δ , el lazo de C_0 va a recorrer un intervalo entre 2 y 10 con saltos de 0,1. A su vez, para cada uno de esos valores de C_0 se va a realizar el cálculo para distintos valores de ϕ con un intervalo entre 5° y 45° con incrementos de 0,1°. Por lo tanto, se tienen 40 valores de δ , 81 valores de C_0 y 401 de ϕ , haciendo un total de 1299240 posibles combinaciones.

Para cada una de estas combinaciones se van a realizar todos los cálculos expuestos en el diagrama de flujo siguiendo las ecuaciones especificadas en el mismo. En primer lugar, se calcula la zona primaria, para la cual cabe destacar el lazo mediante el

cual se calcula la temperatura en AB. Se trata de una resolución por el método del punto fijo que comienza estableciendo una temperatura T_{AB} inicial con la que iniciar el proceso iterativo. Si bien se puede iniciar por cualquiera, se selecciona la temperatura ambiente T_w . Mediante dicha temperatura se calculan las distintas variables: S , el calor específico; K , la conductividad; k_{AB} , la tensión cortante; y F_s , la fuerza cortante. Por último, se calcula una nueva temperatura T_{AB} y se compara el valor resultante con la temperatura introducida al comienzo. El proceso iterativo se detendrá una vez la diferencia entre las temperaturas sea inferior al error establecido: 0,1. Tras continuar con el cálculo de otros parámetros, se vuelve a emplear el método iterativo del punto fijo para calcular la temperatura de la viruta, T_c , y el lazo de ϕ termina con el cálculo de la temperatura máxima en la zona secundaria.

El proceso de cálculo se repite para todo el intervalo de ϕ , de forma que para un valor específico de δ y de C_0 se tiene un conjunto de resultados posibles, uno para cada ϕ . Para seleccionar el valor de ϕ correcto se comparan los valores de τ_{int} y k_{chip} , seleccionando el valor de ϕ para el cual la diferencia entre las tensiones sea mínima. Esto se debe a que son la misma tensión, solo que calculadas mediante métodos distintos. En la Fig. 24 se puede ver un ejemplo de la forma que tienen las curvas obtenidas mediante este algoritmo. En este caso se corresponde a una gráfica con las condiciones de corte del test 1 de la Tabla 4 para unos valores $\delta=0,04$ y $C_0=5,8$. El ángulo ϕ correcto para dichas condiciones será $18,4^\circ$.

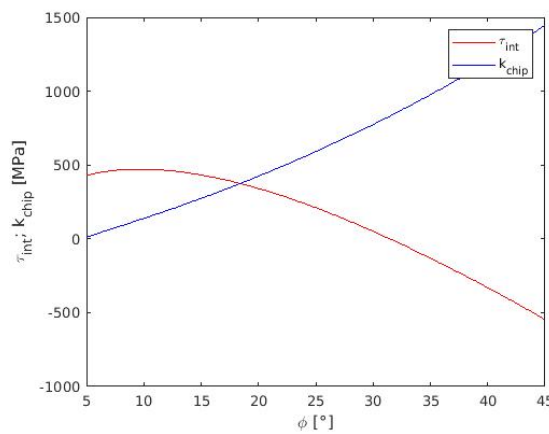


Fig. 24. Curvas de τ_{int} y k_{chip} para la selección de ϕ .

Seguidamente, para calcular el valor de C_0 para cada δ se comparan los valores de σ'_N y σ_N , seleccionando de nuevo el valor de C_0 para el que la diferencia entre ambas tensiones es mínima. En la Fig. 25 se observa un ejemplo de las curvas creadas por las tensiones. De nuevo, es el test 1 de la Tabla 4. En este caso, el valor de δ considerado vuelve a ser 0,04, sabiendo además que el valor correcto de ϕ es de $18,4^\circ$. C_0 por lo tanto va a ser 5,8.

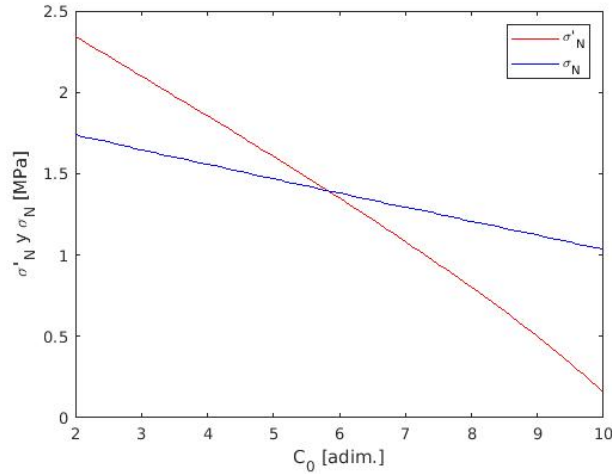


Fig. 25. Curvas de σ'_N y σ_N para la selección de C_0 .

El último paso es seleccionar el valor de δ apropiado. Se tienen los 41 posibles valores de δ y a cada uno se tiene asociado un valor de C_0 y ϕ , junto con el resto de variables en el corte. Como se ha especificado ya, la teoría de Oxley sigue el principio de mínima energía, según el cual el corte sucederá bajo las condiciones que supongan un menor consumo de energía. Puesto que la energía del corte es el producto de F_C y U , se seleccionará el valor de δ para el que la fuerza F_C asociada sea menor. En la Fig. 26 se muestra un ejemplo de este último paso, donde a cada valor de δ le corresponde otro de F_C . No obstante, por lo general no hay un solo valor de δ con el valor mínimo de la fuerza, es decir, va a haber una serie de soluciones posibles. Esto se debe a que el algoritmo discretiza los valores posibles de las tres variables principales, lo cual se puede solucionar empleando la optimización no lineal, como se hace en Xiong et al. [31]. Para la Fig. 26, la fuerza mínima es de 576N y está entre los valores de δ 0,025 y 0,045.

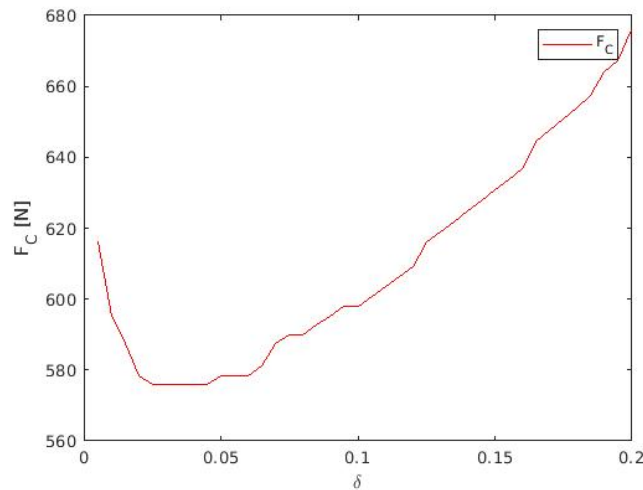


Fig. 26. Evolución de F_c para los valores de δ en el intervalo de iteración.

En la Fig. 27 se muestra un ejemplo obtenido por Oxley. En ella se ven varios trabajos (total y de fricción) durante el corte, la tensión cortante en la viruta (k_{chip}), el espesor de la misma (t_2) y la temperatura modificada (T_{mod}), todo ello en función del parámetro δ . En este caso el mínimo de la curva $F_C U$ será único y por lo tanto la solución

es clara. Sin embargo, esto es una idealización, puesto que el algoritmo va a tender a dar como solución un rango de valores posibles, como se ha mostrado.

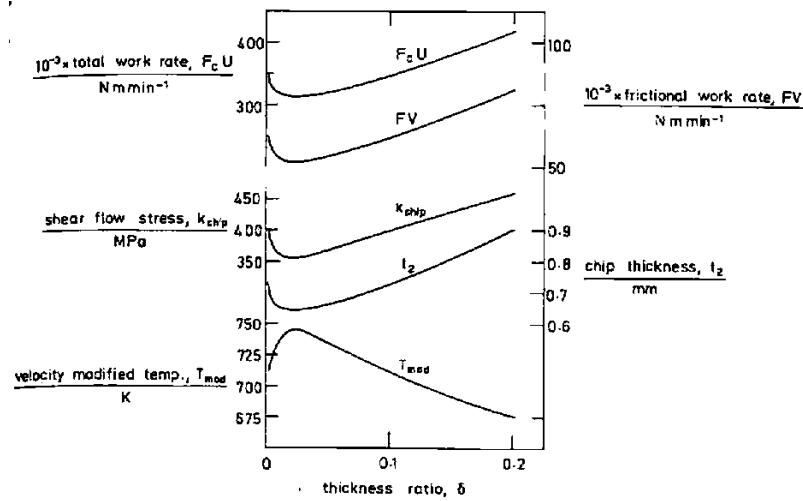


Fig. 27. Resultados obtenidos por Oxley para la selección de la solución.

Atendiendo a lo expuesto, surgen diversos problemas o puntos de mejora con respecto al algoritmo presentado por Lalwani. En primer lugar, se recorre todo el intervalo de posibles valores de los tres parámetros principales, sin embargo, para C_0 y ϕ no es necesario, bastando únicamente establecer el punto en el que intersecan las curvas. En el caso de δ sería suficiente con detenerlo una vez la fuerza haya alcanzado el mínimo y vuelva a crecer. Xiong et al. [31] realizan un repaso del algoritmo de Lalwani con el objetivo de mejorarlo y también mencionan otros problemas: posibilidad de que la temperatura supere el punto de fusión, baja eficiencia de cálculo y poca precisión (establecen que, si bien el número de iteraciones no es muy alto, si se desea mayor precisión el número de iteraciones aumenta muy rápidamente), soluciones no convergentes en los rangos de búsqueda de los parámetros principales y que la solución no es singular. Como se ha establecido, parte de la solución a estos problemas viene con el empleo de la optimización no lineal.

En el presente trabajo, puesto que se pretende realizar un algoritmo similar al empleado por Lalwani de forma que se puedan comparar las soluciones, únicamente se va a tratar de optimizar el propio algoritmo. Puesto que se pretende modificar el algoritmo, para hacerlo más sencillo y rápido se decide emplear funciones que contengan los parámetros de corte y las propiedades del material, así como las operaciones de los lazos de temperatura (los métodos del punto fijo), de forma que únicamente se las tenga que llamar cuando se las necesite.

3.2. Modificación de los lazos de temperatura

El primer cambio realizado es la modificación del lazo empleado para el cálculo de la temperatura T_{AB} y los parámetros dependientes de ella. En el diagrama de flujo se corresponde con la Fig. 28. Como ya se ha establecido, se trata de una resolución de ecuaciones no lineales por el método del punto fijo.

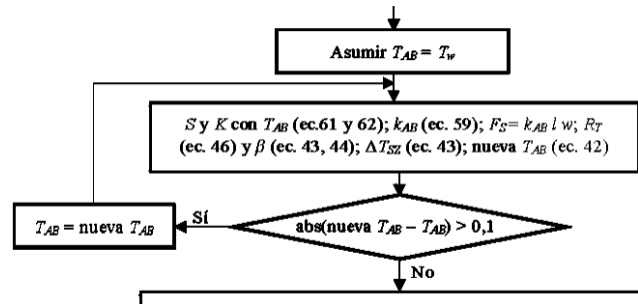


Fig. 28. Lazo para el cálculo de T_{AB} por el método del punto fijo.

El código empleado para la realización de esta parte según el método del punto fijo se muestra a continuación:

```

T_ab = Tw;
[T_ab_nueva, k_ab(i), Fs(i), delta_Tsz(i)] = lazo_Tab (T_ab, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
contador_Tab = 0;
contador_total = contador_total + 1;
while (abs(T_ab_nueva - T_ab) > 0.1) && (contador_Tab < 100)
    T_ab = T_ab_nueva;
    [T_ab_nueva, k_ab(i), Fs(i), delta_Tsz(i)] = lazo_Tab (T_ab, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
    contador_Tab = contador_Tab + 1;
    contador_total = contador_total + 1;
end
T_ab(i) = T_ab_nueva;
  
```

La función “lazo_Tab” empleada se reproduce en el Anexo y se emplea para realizar las operaciones especificadas en el recuadro de la Fig. 28. No obstante, durante la realización del algoritmo se observó que, como se especifica en Xiong et al. [31], la temperatura puede llegar a superar el punto de fusión, lo que no es posible (o por lo menos lógico) en una operación de mecanizado. No sólo eso, sino que en ocasiones el método del punto fijo no llegaba a una solución estable y continuaba iterando entre dos valores, parando el proceso únicamente mediante el límite del contador. Esto llevaba a posibles errores en el cálculo.

La solución encontrada se basa en el empleo de otro método numérico para la resolución de ecuaciones no lineales, en concreto, el método de la bisección. De esta forma, estableciendo el límite inferior como la temperatura ambiente y el superior como la de fusión, se puede asegurar que si hay una solución a las ecuaciones en dicho rango, se va a encontrar. Así se elimina la posibilidad de obtener temperaturas superiores al punto de fusión. A su vez, se observó que también se eliminaba el problema de la iteración entre dos valores encontrado con el punto fijo. A continuación, se reproduce el código empleado para la realización del método de la bisección (que es el empleado en el Anexo):

```

Ta = Tw;
Tb = 2000;
contador_Tab (i) = 1;
contador_total = contador_total + 1;
[gTa] = lazo_Tab (Ta, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
fTa = Ta - gTa;
[gTb] = lazo_Tab (Tb, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
fTb = Tb - gTb;
  
```

```

while contador_Tab (i) <= 100
    Tc = (Ta + Tb) / 2;
    err = (Tb - Ta) / 2;
    [gTc] = lazo_Tab (Tc, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
    fTc = Tc - gTc;

    if fTa * fTc <= 0
        Tb = Tc;
        fTb = fTc;
    else
        Ta = Tc;
        fTa = fTc;
    end
    contador_Tab (i) = contador_Tab (i) + 1;
    contador_total = contador_total + 1;

    if err <= 0.1
        break
    end
end

T_ab (i) = Tc;
[~, k_ab(i), Fs(i), delta_Tsz(i)] = lazo_Tab (T_ab (i), epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));

```

Como se ve, no es necesario modificar la función con las ecuaciones, únicamente el código necesario para realizar el cálculo numérico. Sin duda, el método de la bisección es relativamente más largo y complejo de escribir que el del punto fijo, pero los resultados son mucho mejores. En la Fig. 29 se muestran las gráficas obtenidas por el punto fijo (izquierda) y por bisección (derecha; es la misma que la Fig. 24).

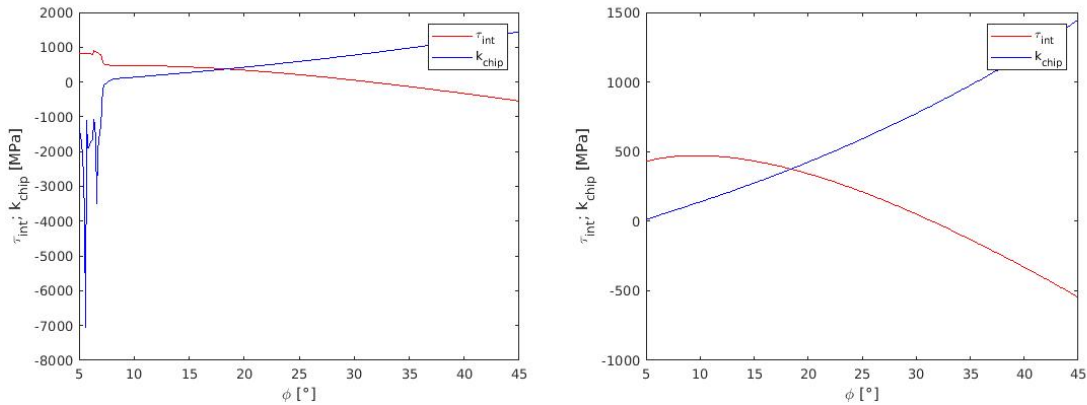


Fig. 29. Comparación de curvas de τ_{int} y k_{chip} obtenidas mediante el método del punto fijo (izquierda) y por el de bisección (derecha).

Los fallos en el método del punto fijo llevan a unas gráficas con resultados erráticos para los valores más bajos de ϕ . No obstante, las gráficas varían con las condiciones de corte y los parámetros δ y C_0 , de forma que en ocasiones se ha observado que los resultados erróneos llegan hasta el punto de corte de las curvas. Por último, de forma general se puede considerar más rápido el método de la bisección. Si bien por este método las iteraciones son constantes (15 iteraciones), el hecho de que el punto fijo tenga un número variable de iteraciones y que para los valores bajos de ϕ llegue hasta el límite

de 100 iteraciones, hace el método de la bisección más eficiente, por lo menos si se realiza para el rango completo de ϕ .

El método de la bisección no se ha empleado para reemplazar el lazo de cálculo de T_c ya que no se han observado los mismos problemas. Por ello, se ha mantenido el código con el método del punto fijo, empleando también una función para la realización de las ecuaciones. Abajo se reproduce la parte del lazo de cálculo de T_c presente en el Anexo.

```
T_c (i) = Tw + delta_Tsz (i);
[T_c_nueva, K_int(i), S_int(i), delta_T_c(i)] = lazo_Tc (T_c (i), F (i), phi, delta_Tsz (i));
contador_Tc (i)= 0;
while (abs(T_c_nueva - T_c (i))> 0.1) && (contador_Tc (i) < 100)
    T_c (i) = T_c_nueva;
    [T_c_nueva, K_int(i), S_int(i), delta_T_c(i)] = lazo_Tc (T_c (i), F (i), phi, delta_Tsz (i));
    contador_Tc (i) = contador_Tc (i) + 1;
end
T_c (i) = T_c_nueva;
```

3.3. Optimización del código

Una vez resueltos los problemas ocasionados por el método del punto fijo en el cálculo de la temperatura T_{AB} , se procede a la optimización del código, tratando de acortar el tiempo necesario para el cálculo.

En el diagrama de flujo expuesto en la Fig. 23 se observa que todos los lazos de los parámetros principales (δ , C_o y ϕ) se realizan al completo, haciendo todos los cálculos para todo el rango de posibles valores en los intervalos, ya que no hay un criterio para su parada. Sin embargo, no es necesario recorrerlos enteros. Para el caso de los lazos de C_o y ϕ , se pueden parar una vez se haya encontrado el punto de corte de las curvas. Para el lazo de δ , el proceso de cálculo se puede parar una vez se observa que la fuerza ha alcanzado un mínimo y vuelve a subir.

Se comienza, por lo tanto, con el lazo más interior, el lazo de ϕ . A continuación, se reproduce parte del código expuesto en el Anexo:

```
if i ~= length(phi_vector) && sign(tau_int(i) - k_int(i)) ~= sign(tau_int(i+1) - k_int(i+1))
    break
end
```

Mediante estas líneas de código se detiene el lazo una vez se ha encontrado el punto de intersección de las dos curvas. Para ello se calcula la diferencia entre los valores de ambas curvas en la iteración y se compara con el valor anterior. Si el signo de la diferencia ha cambiado, se ha alcanzado el punto de intersección. Ahora bien, Oxley establece que las curvas de τ_{int} y k_{chip} pueden tener varios puntos de intersección, pero que se debe considerar siempre el último. En la Fig. 30 se pueden observar distintas curvas obtenidas con el modelo de material elaborado por Oxley, que son un ejemplo de esos múltiples puntos de intersección. Si bien las curvas no son iguales a las obtenidas con el modelo de Johnson-Cook (Fig. 24), para prevenir problemas el lazo de ϕ se va a iniciar por el final, de forma que siempre se seleccione ese posible último punto de intersección.

Esto se puede ver en el Anexo, en el comando *for* empleado al iniciar el lazo: `for i = length(phi_vector) : -1 : 1`.

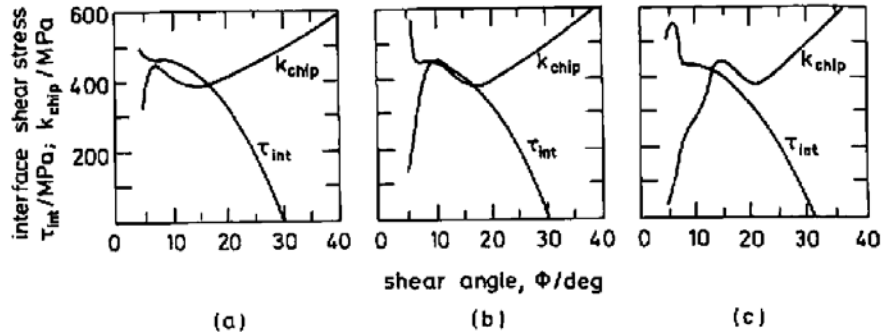


Fig. 30. Ejemplos de curvas de τ_{int} y k_{chip} con distintos puntos de intersección.

También se añade una pequeña línea de código mediante la cual se selecciona el valor de ϕ más cercano al punto de intersección, reduciendo en cierta medida el error que pueda ocasionar:

```
if abs(tau_int(i+1) - k_int(i+1)) < abs(tau_int(i) - k_int(i))
    i = i+1;
end
```

Lo considerado para el caso de ϕ también se va a emplear para la selección de C_0 . A continuación se reproduce el código:

```
if c > 1
    if sign(sigma_p_n(c)-sigma_n(c)) ~= sign(sigma_p_n(c-1)-sigma_n(c-1))
        break
    end
end

if abs(sigma_p_n(c-1)-sigma_n(c-1)) < abs(sigma_p_n(c)-sigma_n(c))
    c = c-1;
end
```

De nuevo, se basa en el cambio de signo de la diferencia de las tensiones σ'_N y σ_N y también se añade el segmento de selección de la solución. La diferencia con el anterior es que ahora el comando *for* comienza desde el inicio del intervalo puesto que se prevé que únicamente hay una única solución.

Por último, se establece un criterio para detener el lazo de δ . Puesto que el objetivo es encontrar el mínimo de la fuerza F_c frente a δ , se añaden las siguientes líneas:

```
if d > 1
    if Fc_def(d) > Fc_def(d-1)
        break
    end
end
```

Puesto que la fuerza únicamente va a decrecer hasta que alcanza un mínimo, una vez vuelve a crecer el lazo se para. Aplicando los distintos métodos de interrupción de los lazos se espera una disminución significativa del tiempo de computación. El criterio para la selección concreta de una solución se expondrá más adelante.

3.4. Corrección del factor de temperatura η

Durante la realización del algoritmo, al tratar de obtener soluciones para las condiciones de corte expuestas en las Tablas 3 y 4, no se consiguieron soluciones semejantes a las de Lalwani et al. [10]. Si bien las soluciones podrían variar mínimamente debido a que no son exactamente los mismos algoritmos, los errores eran excesivamente grandes salvo para las variables dependientes de la geometría como el espesor de la viruta, ángulos, deformaciones, etcétera, que sí que eran correctos. Los errores se situaban especialmente en las variables dependientes de la temperatura y tras un análisis exhaustivo se llegó a la conclusión de que el código no estaba mal escrito, puesto que no se encontraba ningún fallo. Por tanto, se comenzó a mirar más detenidamente los errores, prestando especial atención a los lazos de temperatura.

Para contrastar paso a paso el algoritmo y tratar de situar el error, se recurre a los resultados obtenidos por Lalwani et al.[10]. En el artículo tienen los valores de δ y C_0 y se puede obtener un valor aproximado de ϕ mediante la ecuación:

$$\phi = \arctan\left(\frac{t_1 \cos \alpha}{t_2 - t_1 \sin \alpha}\right) \quad (72)$$

Esta ecuación se ha derivado a partir de la Ecuación (28) expuesta anteriormente. Por tanto, tenemos los parámetros principales del corte y en lugar de realizar el algoritmo completo se pueden obviar los lazos de los parámetros principales y realizar únicamente las operaciones. Si el algoritmo está bien, realizando los cálculos con los valores correctos de δ , C_0 y ϕ se deben obtener los mismos resultados. Sin embargo, no fue así, como se muestra al contrastar la Tabla 5, donde se tienen los resultados esperados según el artículo para las condiciones de corte de la Tabla 4, y la Tabla 6, con los calculados obtenidos mediante el código realizado para esas mismas condiciones. Al comparar las tablas se puede ver como algunos resultados coinciden con una exactitud casi absoluta (como es el caso de ε_{AB} , ε_{int} , n_{eq} o h), otros como $\dot{\varepsilon}_{AB}$, $\dot{\varepsilon}_{int}$ o θ parecen divergir, pero en realidad el error relativo es mínimo y se puede atribuir a que no se emplea el valor de ϕ exacto, y otros tienen un error demasiado grande (T_{AB} , T_{int} , k_{AB} y F_C).

Tabla 5. Resultados obtenidos por Lalwani et al. mediante su algoritmo. [10]

Test	t_2 (mm)	ε_{AB}	$\dot{\varepsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	k_{AB} (MPa)	F_C (N)	ε_{int}	$\dot{\varepsilon}_{int}$ (1/s)	n_{eq}	θ (°)	h (mm)	T_{int} (°C)
1	0,43	1,00	25808	385	568	576	10,17	39163	0,1219	50,69	0,49	942
2	0,31	0,68	26393	301	584	433	6,80	56391	0,1166	48,62	0,32	861
3	0,72	0,89	14526	367	565	1007	14,46	44150	0,1203	49,29	0,79	1042
4	0,54	0,63	13552	294	578	773	10,79	66593	0,1155	47,05	0,53	984
5	0,38	0,93	41763	374	571	533	14,66	117340	0,1208	49,85	0,43	1017
6	0,28	0,65	39992	297	585	406	8,55	137640	0,1159	47,72	0,28	932
7	0,79	0,94	23330	387	561	1041	7,64	25487	0,1210	47,76	0,86	1025
8	0,69	0,74	23824	332	573	899	4,00	15245	0,1177	46,44	0,72	869

Tabla 6. Resultados obtenidos mediante el algoritmo realizado.

Test	t_2 (mm)	ε_{AB}	$\dot{\varepsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	k_{AB} (MPa)	F_C (N)	ε_{int}	$\dot{\varepsilon}_{int}$ (1/s)	n_{eq}	θ (°)	h (mm)	T_{int} (°C)
1	0,43	1,01	25765	361	580	589	10,17	39031	0,1219	50,99	0,49	969
2	0,31	0,69	25975	283	594	447	6,85	54616	0,1167	48,70	0,32	893
3	0,72	0,89	14591	344	577	1024	14,44	44549	0,1202	49,27	0,79	1063
4	0,54	0,63	13491	275	587	789	10,81	65998	0,1156	46,98	0,54	1010
5	0,38	0,92	42225	350	583	539	14,62	119950	0,1207	49,85	0,42	1032
6	0,28	0,65	40055	277	595	412	8,54	138080	0,1159	47,56	0,28	948
7	0,79	0,95	23212	364	573	1068	7,66	25230	0,1211	47,56	0,87	1056
8	0,69	0,74	23756	311	584	918	4,00	15158	0,1178	46,41	0,72	889

Esto también sucede si se tratan de obtener resultados mediante el código completo, no son iguales a los obtenidos en el artículo. No obstante, se observa, como ya se ha dicho, que los resultados erróneos son aquellos provenientes de los lazos de temperatura. Comenzando por el lazo de cálculo de T_{AB} , se emplean los resultados del test 1 de las Tablas 5 y 6 para tratar de encontrar el fallo. Para ello se aísla el lazo de temperatura de forma que se puedan introducir todos los datos correctos y se observe claramente dónde difieren los resultados con respecto a los del artículo. Introduciendo en el lazo una temperatura de 385°C y el resto de los datos correctos, mediante la ecuación de k_{AB} elaborada en el código se obtiene un valor correcto de la tensión, por lo que la ecuación es correcta. A continuación, se comprueba F_S , que mediante el código tiene un valor de 432,06N. En el artículo no se tiene un valor de F_C , pero se puede obtener mediante los datos que se dan en la Tabla 5. Mediante las Ecuaciones (23) y (27) se llega a:

$$F_S = \frac{F_C \cos(\theta)}{\cos(\lambda - \alpha)} \quad (73)$$

Puesto que también se tiene la Ecuación (30) y se conocen todos los ángulos, se puede calcular λ , teniendo un valor de 25,31°. Con todo, el valor de F_S obtenido mediante los resultados de la tabla 5 es de 431,75N, de nuevo, un error mínimo. Por lo tanto, el fallo debe estar localizado en la ecuación de R_T , β , ΔT_{SZ} o T_{AB} . Mediante la Ecuación (42) se puede saber que ΔT_{SZ} para el test 1 debería ser 400°C, pero el valor obtenido es 360°C, lo cual es imposible si todo estuviese bien, puesto que se trata de una resolución por el método del punto fijo y estamos introduciendo un valor correcto de temperatura; el resultado debería ser el mismo. En la Tabla 7 se ven los valores de ΔT_{SZ} obtenidos mediante el código cuando en el lazo se introducen las temperaturas correctas dadas por la Tabla 5. La primera columna es el número de test, la segunda es el incremento de temperatura obtenido del artículo, la tercera columna es el incremento de temperatura obtenido con el código, la cuarta columna es el cociente entre ambos incrementos y las dos últimas columnas son los errores relativos en el cálculo de ΔT_{SZ} y k_{AB} respectivamente.

Tabla 7. Comparación de ΔT_{SZ} obtenidos mediante el lazo de T_{AB} .

Test	$\Delta T_{SZ,L}$ (°C)	$\Delta T_{SZ,cod}$ (°C)	$\Delta T_{SZ,L}/\Delta T_{SZ,cod}$	ε_{TSZ} (%)	ε_{kAB} (%)
1	400	359,73	1,11	10,07	0,10
2	306,67	278,25	1,10	9,27	0,13

3	380	341,02	1,11	10,26	0,07
4	298,89	267,03	1,12	10,66	0,01
5	387,78	347,04	1,12	10,50	0,09
6	302,22	271,57	1,11	10,14	0,06
7	402,22	363,47	1,11	9,63	0,10
8	341,11	307,38	1,11	9,89	0,09

Las ecuaciones de R_T y β parecían estar correctamente escritas y dependen de variables que se consideran correctas, por lo que el error debía de estar en las ecuaciones de ΔT_{SZ} o T_{AB} . Como se ve en la tabla, el error en las temperaturas es muy constante y la media de la cuarta columna es de 1,11. Analizando la Ecuación (42) para el cálculo de ΔT_{SZ} se observa que todos los parámetros de los que depende se obtienen correctamente, al igual que en el caso de β , que además es una ecuación no-lineal que no puede dar un error tan constante.

Entonces se decide comprobar el factor de temperatura η , al cual casualmente Lalwani et al. [10] dan un valor de 0,9, cuyo inverso es precisamente 1,11. Al considerar $\eta=1$ los resultados son completamente correctos y al ejecutar el algoritmo al completo se obtienen soluciones exactamente iguales a las presentes en el artículo, como se verá en el siguiente apartado. En la Tabla 8 se pueden ver resultados obtenidos mediante el código si se introducen directamente los valores de δ , C_0 , el valor aproximado de ϕ obtenido mediante la Ecuación (72) y si se tienen en cuenta valores de η de 1 y cercanos a 1. Estos resultados se corresponden con el test 1 que se ha empleado anteriormente para examinar el lazo de la temperatura de la zona primaria.

Tabla 8. Resultados obtenidos mediante el algoritmo para diferentes valores de η .

η	T_{AB} (°C)	k_{AB} (MPa)	F_C (N)	T_{int} (°C)
0,96	376	572	581	953
0,98	380	570	579	948
1	385	567	577	944
1,02	389	565	574	939
1,04	393	563	572	934

El resultado para un factor de 1 es muy similar al presente en el artículo, lo que hace sospechar que el valor de 0,9 es una errata cometida por los autores. Tras tratar de contactar con los autores y no obtener respuesta, se procede considerando $\eta=1$. En cualquier caso, esta errata se uniría a otras detectadas en el propio artículo. A su vez, tampoco se da una fuente concreta con la que justifique la elección de los valores de los factores de temperatura η y ψ , ni especifica un método por el que se puedan hallar.

3.5. Criterio de selección de la solución

En la Fig. 26 se ve como las posibles soluciones son múltiples debido a la aproximación que se realiza al discretizar el rango de valores posibles que pueden tomar los parámetros principales. En la Tabla 9 se muestra un ejemplo, en concreto para las condiciones de corte correspondientes al primer test de la Tabla 6. Puesto que δ es la

proporción de viruta sometida a deformación plástica, es lógico que únicamente los parámetros relacionados con la zona secundaria se vean sometidos a cambios. No obstante, si se toma la fila con $\delta=0,065$, los resultados son exactamente iguales a los obtenidos en el artículo, lo que reafirma la decisión de tomar $\eta=1$.

Tabla 9. Soluciones posibles para el test 1 de la Tabla 6.

δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ϵ_{AB}	$\dot{\epsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	F_C (N)	ϵ_{int}	$\dot{\epsilon}_{int}$ (1/s)	T_{int} (°C)
0,06	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	7,96	10589	821
0,065	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	7,5	9775	816
0,07	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	7,15	9077	812
0,075	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	6,82	8471	807
0,08	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	6,54	7942	802
0,085	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	6,29	7475	798
0,09	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	6,07	7060	793
0,095	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	5,87	6688	789
0,1	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	1387	5,69	6354	785

No obstante, en ningún momento se especifica un método por el que seleccionar una solución, ni en el libro de Oxley [9] ni en el artículo de Lalwani et al. [10], únicamente que se debe escoger el valor de δ para el que F_C es mínimo. La carencia de un criterio para la selección de la solución se observa en el artículo, donde los resultados para las condiciones de la Tabla 6 se corresponden a los δ más bajos de las posibles soluciones (como en el ejemplo anterior de la Tabla 9), mientras que los resultados para las condiciones de la Tabla 5 se seleccionan los δ más altos. Sin embargo, cabe destacar que los intervalos de posibles resultados que se consiguen con el código realizado en ocasiones pueden no llegar a contener los resultados del artículo, sino que se sitúan en δ 0,005 por encima o por debajo, es decir, únicamente una posición por encima o por debajo.

En las tablas siguientes se muestran ejemplos de ello. En todas se incluyen el mínimo y el máximo del intervalo posible de soluciones, salvo que la solución se encuentre en algún valor intermedio, en cuyo caso éste también se incluye. En la Tabla 10 se muestran los resultados para las condiciones de corte del test 2 de la Tabla 3. El resultado difiere en cierta medida respecto al artículo, puesto que en él la solución tiene $\delta=0,03$. En este caso, la solución se sitúa fuera del intervalo posible de soluciones, pero por debajo. En la Tabla 11 se muestran los resultados para el test 1 de la Tabla 4. El resultado del artículo se encuentra dentro del rango de soluciones obtenido y la coincidencia es total. Sin embargo, se encuentra en los valores posibles de δ más altos. En la Tabla 12 están los resultados para el test 2 de la Tabla 4. En este caso el calculado en el artículo coincide en δ y C_0 , pero el resto de los resultados no coinciden del todo. Sin embargo, si se calcula para un $\phi=27,1^\circ$, los resultados son exactos.

Tabla 10. Extremos del intervalo de soluciones obtenidos mediante el algoritmo para las condiciones del test 2 de la Tabla 3.

δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ϵ_{AB}	$\dot{\epsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	F_C (N)	ϵ_{int}	$\dot{\epsilon}_{int}$ (1/s)	T_{int} (°C)
0,035	5,7	18,9	0,35	0,97	3097	374	1184	11,23	5522	923
0,055	5,7	18,9	0,35	0,97	3097	374	1184	7,85	3514	890

Tabla 11. Extremos del intervalo de soluciones obtenidos mediante el algoritmo para las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ϵ_{AB}	$\dot{\epsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	F_C (N)	ϵ_{int}	$\dot{\epsilon}_{int}$ (1/s)	T_{int} (°C)
0,025	5,8	18,4	0,43	1	25808	385	576	15,06	62661	972
0,04	5,8	18,4	0,43	1	25808	385	576	10,17	39163	943
0,045	5,8	18,4	0,43	1	25808	385	576	9,26	34812	933

Tabla 12. Extremos del intervalo de soluciones obtenidos mediante el algoritmo para las condiciones del test 2 de la Tabla 4.

δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ϵ_{AB}	$\dot{\epsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	F_C (N)	ϵ_{int}	$\dot{\epsilon}_{int}$ (1/s)	T_{int} (°C)
0,03	4,2	27,2	0,3	0,68	26502	300	432	11,3	104240	906
0,055	4,2	27,2	0,3	0,68	26502	300	432	6,78	56857	857

Como se ve, la selección de las soluciones del artículo no sigue un criterio concreto, pudiendo estar en un extremo u otro del rango de posibles soluciones obtenidas. A su vez, la discrepancia de algunas soluciones, como por ejemplo las de la Tabla 12 se deben a cómo se seleccionan los valores al realizar los lazos, de ahí que la correspondencia total se consiga únicamente variando el valor de ϕ en 0,1, el intervalo en el lazo. Es decir, sucede debido a las líneas de código empleadas para seleccionar la solución más próxima al punto de corte de las curvas.

Por tanto, es necesario establecer un criterio con el que seleccionar una solución. Para ello, una de las opciones es realizar los lazos con incrementos más pequeños para localizar de forma más precisa la solución. Puesto que también se tiene una localización aproximada de la solución, el intervalo de búsqueda también se puede reducir. Esto se puede aplicar en todos los parámetros principales y de forma progresiva de forma que se pueda conseguir una solución cada vez más precisa. Para exponer lo realizado se va a emplear como ejemplo el test 1 de la Tabla 4. Puesto que se ha visto que son los parámetros de la zona secundaria los que van a cambiar con δ , se va a emplear la temperatura T_{int} para observar cómo varía la solución. En las Fig. 31-33 se muestra el proceso seguido. Como se ve en las gráficas, el intervalo de δ considerado se hace progresivamente más pequeño, junto con el incremento empleado.

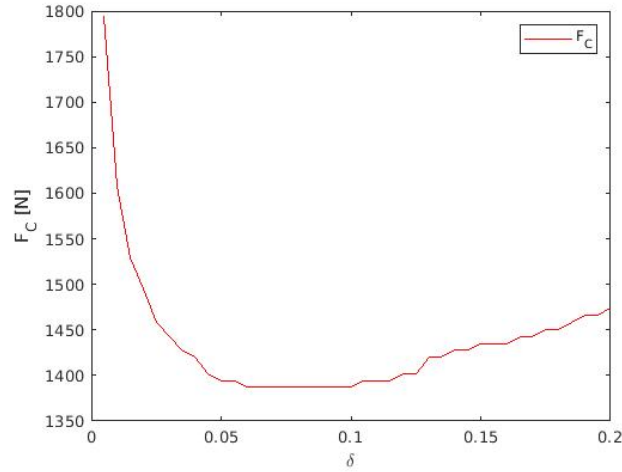


Fig. 31. F_c frente a δ para las condiciones 1 de la tabla 4 en el intervalo 0,005-0,2 con incrementos de 0,005.

La Fig. 31 se corresponde con los resultados obtenidos con el intervalo e incremento original, es decir, entre 0,005 y 0,2 con un incremento de 0,005. El mínimo se sitúa entre $\delta=0,06$ y 0,1, con $F_c=1387\text{N}$. Para $\delta=0,06$ se tiene $T_{int}=821^\circ\text{C}$ y para $\delta=0,1$ se tiene $T_{int}=785^\circ\text{C}$.

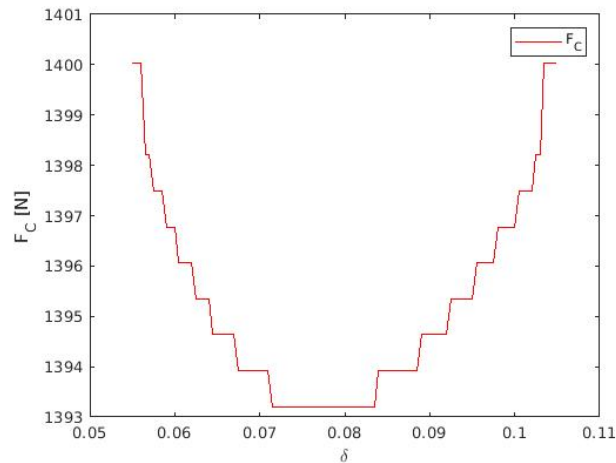


Fig. 32. F_c frente a δ para las condiciones 1 de la tabla 4 en el intervalo 0,055-0,105 con incrementos de 0,0005.

En el siguiente paso, mostrado en la Fig. 32, se calcula entre $\delta=0,055$ y 0,105, con incrementos de 0,0005. Los intervalos de búsqueda de C_0 y ϕ también se reducen a [5,8; 6,2] y [15,4; 15,8] respectivamente, ya que se observa que las soluciones están en dichos intervalos. El incremento para ambos se reduce a 0,01. Las soluciones, como se puede ver, van a estar entre $\delta=0,0715$ y 0,0835, con $T_{int}=812^\circ\text{C}$ y 801°C .

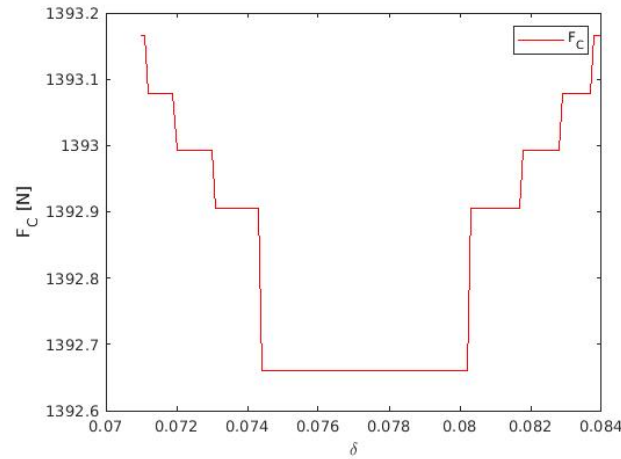


Fig. 33. F_c frente a δ para las condiciones 1 de la tabla 4 en el intervalo 0,071-0,084 con incrementos de 0,0001.

El último paso realizado, mostrado en la Fig. 33, se calcula para un intervalo de $\delta=[0,071; 0,084]$ con incrementos de 0,0001. Por otro lado, los intervalos de C_0 y ϕ van a ser $[6,02; 6,04]$ y $[15,49; 15,51]$, ambos con incrementos de 0,001. En este caso, la solución se encuentra entre $\delta=0,0744$ y $0,0802$, con $T_{int}=809^\circ\text{C}$ y 804°C .

Teniendo en cuenta que el intervalo inicial de posibles soluciones era $[0,06; 0,1]$, atendiendo a los resultados del último paso, el punto mínimo y por tanto la solución óptima se encuentra cerca del centro del mencionado intervalo inicial. Esto sucede también si se observa T_{int} , que se puede ver como disminuye al aumentar δ . En concreto, el punto óptimo estaría situado a la izquierda del centro, es decir, con un δ algo más bajo que el punto medio del intervalo de solución inicial.

Esto mismo se repite con el resto de las condiciones de corte y se observa que el punto mínimo tiende a situarse en δ algo más bajos que el punto medio del intervalo de soluciones original. Sin embargo, puesto que la posición concreta de ese punto mínimo varía entre las distintas soluciones alejándose más o menos del centro, se va a optar simplemente por emplear el valor medio de δ y de las variables dependientes del parámetro. El código empleado para encontrar estos valores medios, reproduciendo lo expuesto en el Anexo, es el siguiente:

```
delta_max = find(Fc_def==min(Fc_def),1,'last');
delta_min = find(Fc_def==min(Fc_def),1,'first');
delta = mean(delta_vector(delta_min:delta_max))
epsilon_int = mean(epsilon_int_def(delta_min:delta_max))
epsilon_d_int = mean(epsilon_d_int_def(delta_min:delta_max))
T_int = mean(T_int_def(delta_min:delta_max))
```

Estas líneas lo primero que hacen es encontrar las posiciones de los valores máximo y mínimo de δ de las soluciones. Una vez se tienen los extremos del intervalo de soluciones, simplemente se realiza una media de los valores de las variables.

4. Resultados y validación del algoritmo

Una vez expuesto el algoritmo y todos los cambios realizados en el mismo, a saber, la optimización del código, cambio del lazo de temperatura T_{AB} , establecimiento de un criterio de selección de solución y el empleo del valor correcto del factor de temperatura η , se va a proceder a analizar los resultados obtenidos para compararlos con los de la bibliografía, en concreto con los trabajos de Oxley [9], Lalwani et al. [10], Karpap y Özel [15] e Ivester et al. [30].

Mediante el algoritmo, en base a las condiciones de corte de las Tablas 3 y 4, se obtienen los resultados mostrados en las Tablas 13 y 14. En primer lugar, se muestran los valores de los tres parámetros principales. A continuación, se incluyen diferentes valores de diferentes variables que van a servir para comparar los resultados con la bibliografía, incluyendo ángulos, medidas, fuerzas, etcétera.

Tabla 13. Resultados obtenidos para las condiciones de corte de la Tabla 3.

Test	δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ε_{AB}	$\dot{\varepsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	θ (°)	h (mm)	F_c (N)	F_t (N)	T_{int} (°C)
1	0,08	6	15,6	0,44	1,14	13219	388	52,1	0,51	1387	1026	803
2	0,045	5,7	18,9	0,35	0,97	30974	374	50,61	0,4	1184	732	907
3	0,0225	5,3	22,3	0,29	0,85	69423	358	49,19	0,32	1037	526	1026
4	0,045	5,7	18,8	0,71	0,98	7698	371	50,71	0,8	2348	1462	900
5	0,025	5,4	21,9	0,6	0,86	17320	357	49,22	0,65	2074	1071	1018
6	0,0225	5,4	21,8	1,2	0,87	4317	355	49,3	1,3	4110	2139	10191

Tabla 14. Resultados obtenidos para las condiciones de corte de la Tabla 4.

Test	δ	C_0	ϕ (°)	t_2 (mm)	ε_{AB}	$\dot{\varepsilon}_{AB}$ (1/s)	T_{AB} (°C)	θ (°)	h (mm)	F_c (N)	F_t (N)	T_{int} (°C)
1	0,035	5,8	18,4	0,43	1	25808	385	50,69	0,49	576	364	952
2	0,0425	4,2	27,2	0,3	0,68	26502	300	48,54	0,31	432	169	881
3	0,02	5,5	21,4	0,72	0,89	14526	367	49,29	0,79	1007	533	1059
4	0,02	3,8	30,4	0,54	0,63	13604	293	46,96	0,53	770	229	1012
5	0,025	5,6	20,3	0,38	0,93	41763	374	49,85	0,43	533	302	1018
6	0,0275	3,9	29,3	0,28	0,64	40148	294	47,63	0,28	405	134	961
7	0,015	5,4	23	0,66	0,85	23269	362	48,3	0,72	946	447	1120
8	0,015	3,5	32,4	0,5	0,6	20249	292	49,05	0,48	726	176	1075

La primera comparación que se va a realizar va a ser con los resultados experimentales obtenidos por Oxley [9], en concreto, tests realizados con las condiciones de corte presentes en la Tabla 3. Las Fig. 34-36 muestran la comparación de los resultados de t_2 , F_c y F_t . La primera de ellas, puesto que se trata de un parámetro geométrico, tiene una precisión bastante alta, si bien en el caso del test 2 se alcanza un error relativo del 16.7%.

Es en el cálculo de las fuerzas donde los resultados comienzan a diferenciarse claramente, especialmente para F_t (Fig. 36), para la que se obtienen de forma general resultados más bajos de los medidos experimentalmente. El test con el mayor error relativo es el 3, con un error del 41,6%, lo cual es muy significativo. Lalwani et al. [10]

también obtienen resultados mediante su algoritmo y son muy similares a los de las Tablas 13 y 14. Su explicación para el error casi constante en el cálculo proviene precisamente de las simplificaciones tomadas al considerar el corte ortogonal, en concreto el filo completamente afilado, ya que todas las herramientas van a tener un radio de redondeo en la punta. Este radio va a generar una fuerza denominada fuerza de penetración (*ploughing force*) que actúa sobre la resultante, aumentando las componentes medidas experimentalmente, de ahí el aumento de las fuerzas medidas experimentalmente frente a las obtenidas mediante el modelo del corte ortogonal.

Por último, cabe destacar que los resultados obtenidos por Lalwani et al. [10] varían principalmente en las variables de la zona secundaria debido a la implementación del criterio de selección de solución.

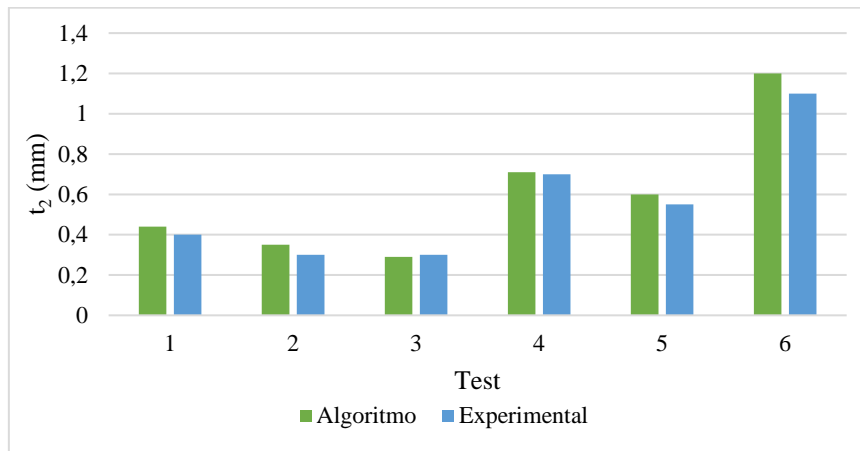


Fig. 34. Comparación de resultados de t_2 para las condiciones de la Tabla 3.

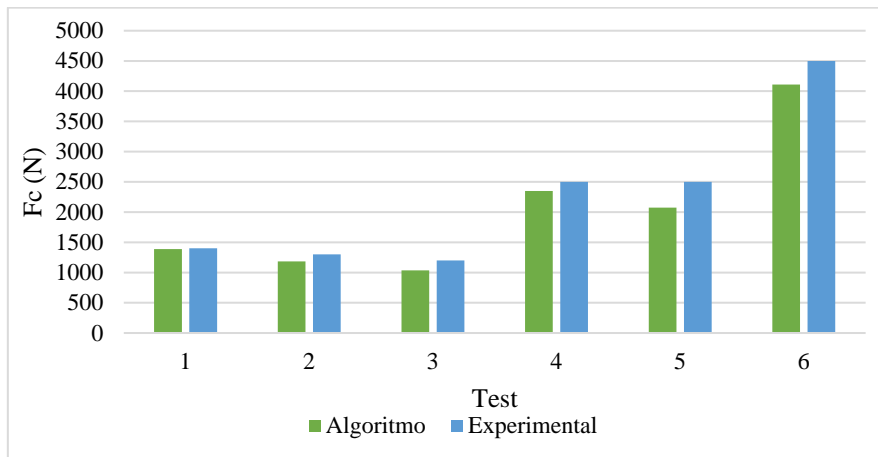


Fig. 35. Comparación de resultados de F_c para las condiciones de la Tabla 3.

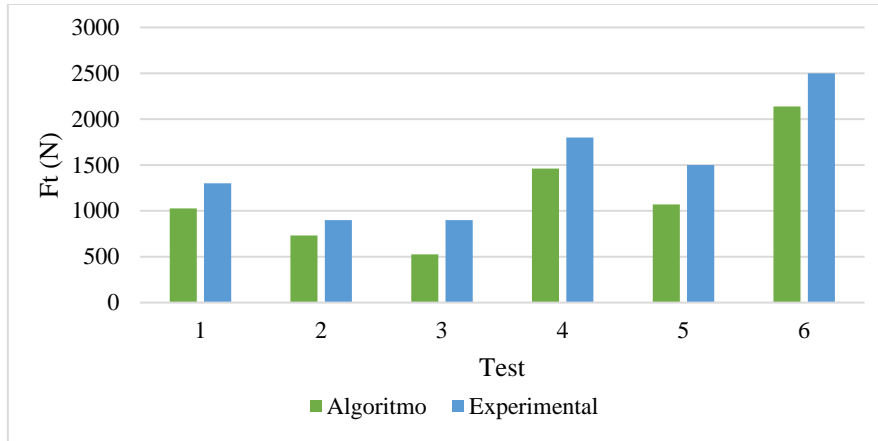


Fig. 36. Comparación de resultados de F_t para las condiciones de la Tabla 3.

En el caso de las condiciones de corte de la Tabla 4, se tiene una mayor cantidad de datos con los que realizar la comparación. En las Fig. 37-40 se muestran los resultados obtenidos mediante el algoritmo realizado junto con resultados obtenidos por Lalwani et al. [10], Karpát y Özel [15] y los resultados experimentales obtenidos por Ivester et al. [30]. En la Fig. 37 se observa la comparación de los resultados de t_2 . De forma general el error es superior al que se muestra en la Fig. 34. El máximo error relativo encontrado es el obtenido en el test 8, que llega al 29,5%.

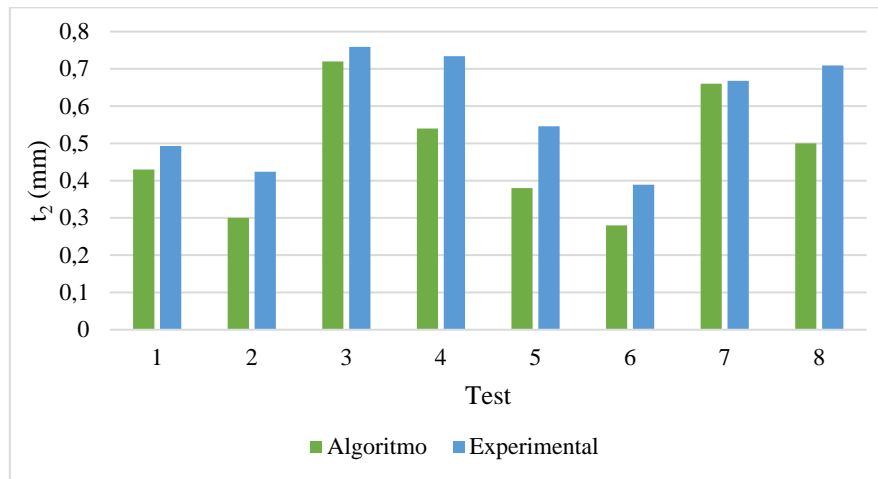


Fig. 37. Comparación de resultados de t_2 para las condiciones de la Tabla 4.

En las Fig. 38 y 39 se muestran, respectivamente, las comparaciones de las fuerzas F_c y F_t . De nuevo, de forma general los resultados obtenidos con el algoritmo son inferiores a los datos experimentales debido a la fuerza de penetración provocada por el filo redondeado de la herramienta. De nuevo, el error relativo de los resultados de la fuerza de empuje, F_t , son los más significativos, llegando a alcanzar el 58,9% en el test 6. Si examinamos los resultados calculados por la teoría analítica desarrollada por Karpát y Özel [15] se observa un mejor ajuste a los resultados experimentales, especialmente en el caso de la fuerza de empuje. En este sentido, el algoritmo desarrollado por Lalwani en base a la teoría de Oxley parece carecer un modelizado correcto de esta fuerza y se podría tener en cuenta las consecuencias del uso de herramientas sin un filo perfecto. A su vez, se debe tener en cuenta que la metodología empleada para realizar los dos conjuntos de

pruebas experimentales no tiene por qué coincidir, de forma que la variación en el error relativo entre los dos conjuntos puede derivarse de ello.

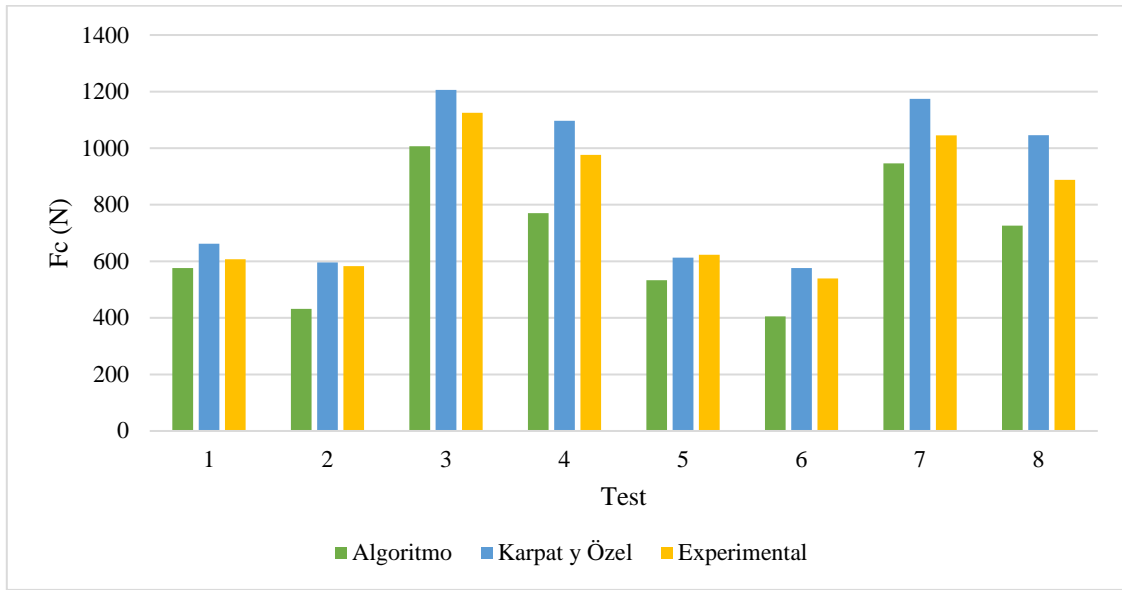


Fig. 38. Comparación de resultados de F_c para las condiciones de la Tabla 4.

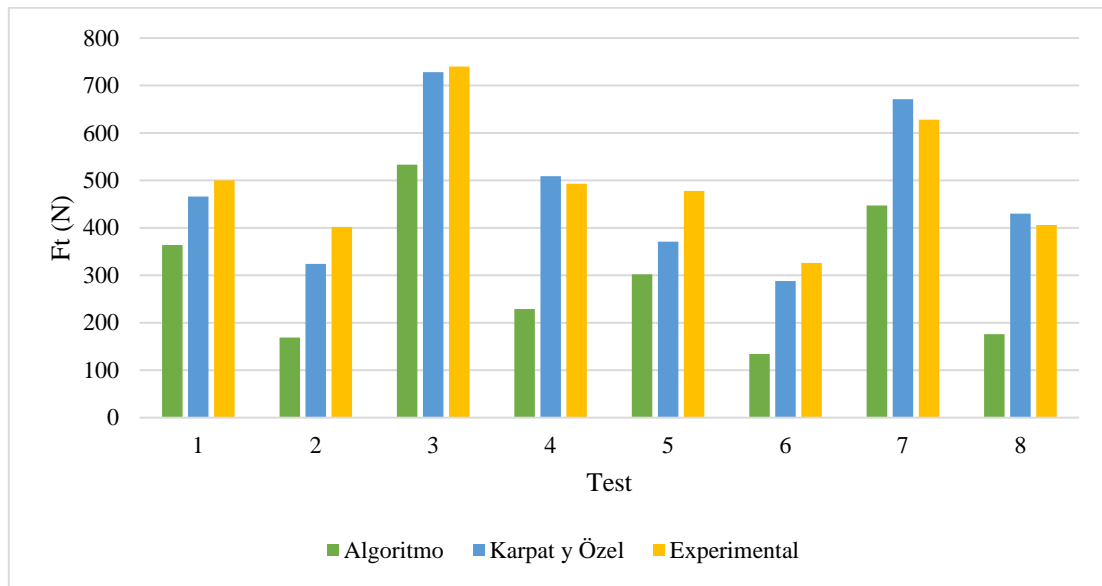


Fig. 39. Comparación de resultados de F_t para las condiciones de la Tabla 4.

En la figura 35 se muestra la comparación de T_{int} , la máxima temperatura en la zona secundaria, añadiendo los resultados obtenidos tanto por Karpat y Özel [15] como por Lalwani et al. [10]. Los resultados obtenidos por Lalwani et al. y el algoritmo desarrollado son semejantes, variando de forma poco notable salvo para las dos últimas pruebas. Las variaciones se deben precisamente al criterio de selección de solución. De forma general, ambos resultados subestiman la temperatura máxima, si bien con el algoritmo desarrollado se obtiene un menor error absoluto para las últimas dos pruebas. No obstante, los resultados obtenidos por Karpat y Özel [15] muestran un acuerdo mucho mejor con los datos experimentales. Esto indica una posibilidad de mejora en la modelización de la zona secundaria en la teoría desarrollada por Oxley, que toma valores

medios con los que realiza los cálculos. Sin embargo, en la Fig. 6 se ha visto que es una zona muy compleja, de ahí la mayor precisión de Karpat y Özel.

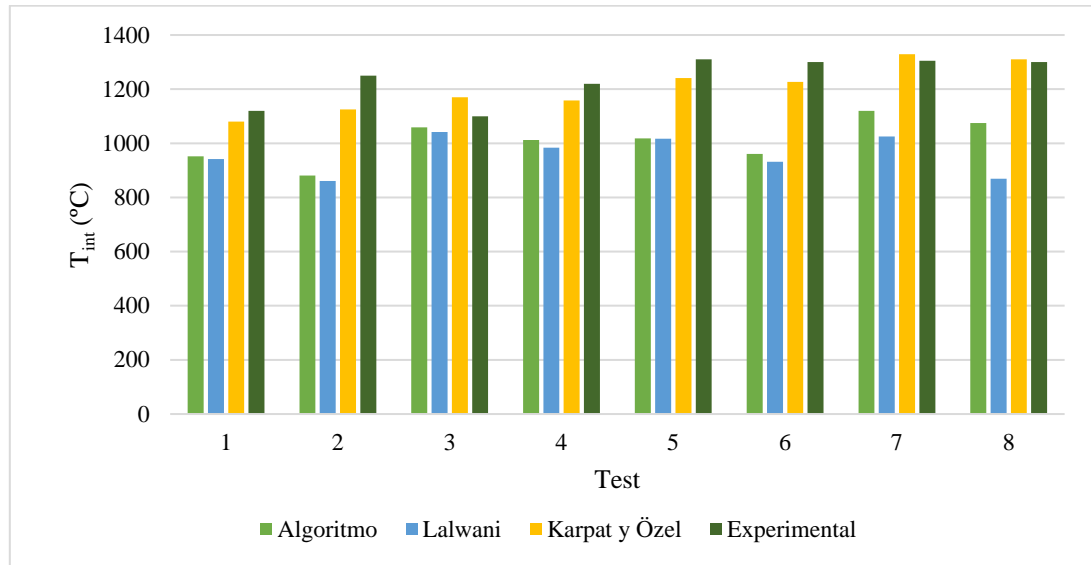


Fig. 40. Comparación de resultados de T_{int} para las condiciones de la Tabla 4.

En último lugar se va a evaluar la optimización del algoritmo. Para ello se emplearán las iteraciones totales realizadas en el lazo de cálculo de T_{AB} . Esto se debe a que es uno de los pasos que más tiempo consumen. Al realizar el algoritmo explorando al completo los intervalos de los tres parámetros, el lazo de T_{AB} se llega a ejecutar 20787840 veces si se emplea el método de la bisección. Como ya se ha establecido, el hecho de que el método del punto fijo emplee un número variable de iteraciones y que para los valores bajos de ϕ alcance las 100 iteraciones, va a hacer que el número aumente rápidamente. En las Tablas 15 y 16 se muestra el número de iteraciones para cada caso si se emplean las optimizaciones incluidas en el algoritmo, empleando además tanto el método de la bisección como el del punto fijo. El número de iteraciones necesarias se reduce drásticamente en todos los casos. No obstante, se puede ver como si en lugar de la bisección se vuelve a emplear el punto fijo, el número de iteraciones disminuye aún más. Esto se debe a que no se considerarán los números más bajos de ϕ . En cualquier caso, para evitar los problemas mencionados, sigue siendo más apropiado emplear el método de la bisección.

Tabla 15. Número de iteraciones para las condiciones de la Tabla 3 con el algoritmo optimizado, con el método de la bisección y del punto fijo.

Test	Optimizado Bisección	Optimizado Punto fijo
1	3429015	2676664
2	1564275	1311045
3	622095	526002
4	1325850	1090294
5	837780	701584
6	738165	613303

Tabla 16. Número de iteraciones para las condiciones de la Tabla 4 con el algoritmo optimizado, con el método de la bisección y del punto fijo.

Test	Optimizado Bisección	Optimizado Punto fijo
1	1388190	1190884
2	698460	490936
3	679185	606167
4	225750	165480
5	857370	757300
6	359370	258078
7	511185	480996
8	116985	89268

Resulta interesante que, si bien al emplear el algoritmo recorriendo al completo todos los intervalos de búsqueda el método del punto fijo es más largo, una vez se optimiza el algoritmo pasa a ser el más corto. Esto se debe precisamente a que se evitan los fallos como el mostrado en la Fig. 29, por el que para los valores de ϕ más pequeños se alcanza el máximo en el contador. Sin embargo, se puede ver que la diferencia en el número de iteraciones entre el método de la bisección y el punto fijo una vez se ha optimizado el algoritmo no es muy elevada, especialmente si se compara con el algoritmo sin optimizar. A su vez, se deben considerar otros fallos que puede ocasionar el método del punto fijo en comparación con el de la bisección, como puede ser la selección de temperaturas superiores al punto de fusión. Por ello, se considera que el método de la bisección es el más apropiado.

5. Generación del modelo FEM

Con el algoritmo realizado en Matlab se consigue caracterizar por completo el proceso de corte a través de la teoría analítica de Oxley, obteniendo tensiones, tasas de deformación, temperaturas, etcétera. En base a estos datos se busca realizar un modelo de elementos finitos del proceso de corte mediante el programa Ansys (módulo Mechanical APDL), de forma que se obtenga la distribución de temperaturas en la zona de corte. Para ello se empleará lo desarrollado en los artículos de Tay et al. [20][21] y Li et al. [22][23], empleando también el modelo de material de Johnson-Cook, mediante el cual se logra introducir la generación de calor en función de la temperatura, la deformación y la velocidad de deformación. Adicionalmente, como ya se ha establecido, el modelo será estacionario y en dos dimensiones.

5.1. Geometría del modelo

Puesto que el modelo FEM se va a realizar mediante los comandos del módulo APDL, se va a tratar de realizar un código lo más parametrizado posible. El objetivo es que la geometría del modelo se varíe fácilmente para poder introducir los distintos valores de ángulos y otros parámetros geométricos característicos de cada proceso de corte.

En la Fig. 41 se puede ver un ejemplo de la geometría del modelo en base a las condiciones de corte del test 1 de la tabla 4. Se pueden apreciar las distintas partes que forman el modelo: la pieza, la herramienta y la viruta. A su vez, se puede observar la zona primaria de generación, así como la secundaria. Ambas están representadas por bandas, tal y como las considera la teoría de Oxley y como se puede observar en la Fig. 12 expuesta anteriormente. El espesor de las bandas primaria y secundaria viene dado por las Ecuaciones (65) y (48) respectivamente. A su vez, las dimensiones de la viruta, la pieza de trabajo y la herramienta son limitadas, por lo que se debe asegurar que sean suficientes como para evitar una variación relevante en el resultado.

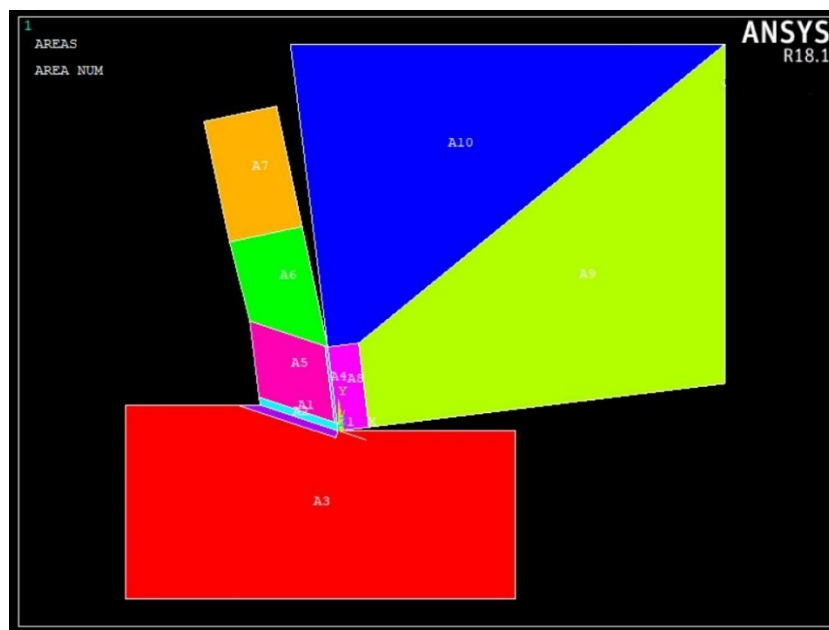


Fig. 41. Áreas empleadas en el modelo de elementos finitos.

Una vez se tiene la geometría, se selecciona el elemento PLANE55 como el apropiado para la realización de un modelo térmico, estacionario y en dos dimensiones. A su vez, el elemento permite añadir un término de velocidad para modelizar el término de advección en la ecuación de energía. Este elemento tiene la temperatura como único grado de libertad y cuenta con diferentes propiedades del material y constantes reales con las que definirlo completamente. La conducción y el calor específico se van a implementar en función de la temperatura (como en el algoritmo). No obstante, la densidad se considerará constante con un valor de 7800kg/m^3 . Respecto a las constantes reales se tiene VX , la velocidad en X , y VY , la velocidad en Y . Estas velocidades son las componentes del vector velocidad y se introducirán en función de los datos obtenidos en el algoritmo.

Sin embargo, no se tienen los datos concretos de calor específico y conductividad del material de la herramienta, por lo que se van a emplear las ecuaciones presentes en Majumdar et al. [26], que se muestran a continuación:

$$K = -28,91 + 0,247T - 3,7 \cdot 10^{-4}T^2 + 1,92 \cdot 10^{-7}T^3 \quad (74)$$

$$S = 1371,9 - 0,125T^2 - 9,91 \cdot 10^{-6}T^3 + 2,65 \cdot 10^{-9}T^4 \quad (75)$$

El material que se considera es carburo de tungsteno y las ecuaciones empleadas son polinómicas. En el caso de la densidad se considerará constante con un valor de 8190kg/m^3 .

El siguiente paso es realizar la malla. De forma general se trata de realizar una malla lo más regular posible. No obstante, durante su realización se debe tener en cuenta una limitación impuesta por el elemento empleado. Al introducir el término de advección mediante el vector de velocidad, se añade un criterio de precisión que viene dado por el número adimensional de Peclet, cuya expresión es:

$$P_e = \frac{VL\rho S}{2K} \quad (76)$$

Como se ve, el número depende de: V , la velocidad del flujo de material; L , la longitud del elemento en la dirección del vector de velocidad; ρ , la densidad del material; C_p , el calor específico, y K , la conductividad. Para que el programa considere la solución físicamente válida, este número debe ser inferior a 1. Por lo tanto, si consideramos ρ , C_p y K como parámetros que no varían, al aumentar la velocidad de corte del modelo se va a tener que reducir el tamaño de elemento empleado. Para visualizar esta variación en el tamaño de elementos, en las Fig. 42 y 43 se incluye un ejemplo del mallado de la zona primaria para las condiciones 1 y 5 de la Tabla 4. Puesto que la velocidad entre ellas es distinta, el elemento requerido para introducir el término de advección es mucho más pequeño. Por tanto, dentro de un mismo modelo la viruta también podrá tener un tamaño mayor al de la zona primaria debido a que su velocidad siempre va a ser menor. En el caso de la viruta el tamaño de elemento no tiene ningún tipo de condicionante.

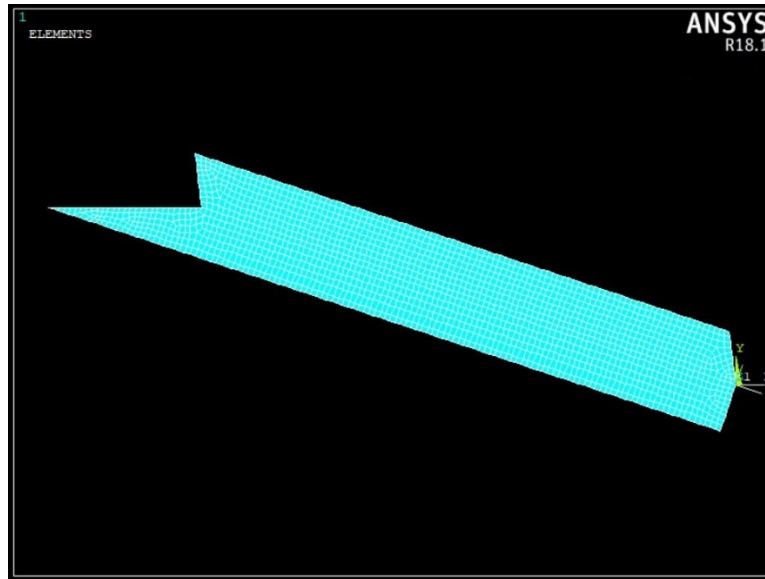


Fig. 42. Mallado de la zona primaria para las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

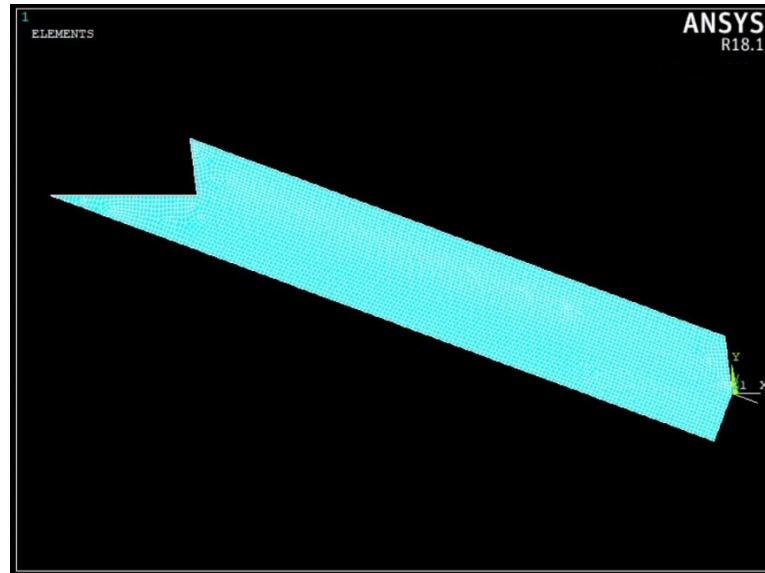


Fig. 43. Mallado de la zona primaria para las condiciones del test 5 de la Tabla 4.

5.2. Generación de calor y condiciones de contorno

Una vez se ha establecido la geometría y se ha realizado el mallado, se procede a establecer la generación de calor en las zonas de deformación, así como las condiciones de contorno. La generación de calor viene dada por la Ecuación (64), cuyos términos se calculan de forma separada, dando lugar a \dot{q}_p y \dot{q}_s . A su vez, la modelización va a ser diferente según se considere la zona primaria y la secundaria.

En el caso de la zona primaria, la tensión se va a calcular mediante el modelo de material de Johnson-Cook. Por lo tanto, va a depender de la temperatura, la deformación y la tasa de deformación. Mediante el trabajo de Tay et al. [20] se tiene la distribución de la deformación y su tasa de cambio, que siguen las Ecuaciones (66) y (68) respectivamente. Estas son únicas para cada conjunto de condiciones de corte, es decir, no dependen de la temperatura, sólo de la distancia al plano de corte. Por consiguiente, la

tensión se puede introducir en Ansys como una función de la temperatura y la distancia al plano de corte. Esto se logra mediante el código expuesto a continuación:

```
C*** Constante a
*SET,adist,(t1**2)/(16*(C0**2)*(sin(phi)**4)*(tan(alfa)+(1/tan(phi))))
C*** Se definen los valores de cota Y que se van a emplear en el cálculo
*DIME,yval,ARRAY,Y1
yval(1)=-ymax,-ymax*(9/10),-ymax*(8/10),-ymax*(7/10),-ymax*(6/10),-ymax*(5/10),-ymax*(4/10), ...
... -ymax*(3/10),-ymax*(2/10),-ymax*(1/10),0
yval(12)=ymax*(1/10),ymax*(2/10),ymax*(3/10),ymax*(4/10),ymax*(5/10),ymax*(6/10), ...
... ymax*(7/10),ymax*(8/10),ymax*(9/10),ymax

C*** Se definen los valores de temperatura que se van a emplear
*DIME,tval,ARRAY,TEMP1
tval(1)=Tw
*DO,ii,1,TEMP1-1
    tval(ii+1)=273+ii*50
*ENDDO

C*** Generación de tabla de los valores de deformación en función de Y
*DIME,distepsilon,TABLE,Y1,,Y,,11
*DO,ii,1,Y1
    *SET,distepsilon(ii,0),yval(ii)
    *SET,distepsilon(ii,1),(1/sqrt(3))*(yval(ii)+sqrt(yval(ii)**2+4*adist*(sin(phi)**2)* ...
    ... (tan(alfa)+(1/tan(phi)))))/(2*(sin(phi)**2)*(tan(alfa)+(1/tan(phi))))* ...
    ... sqrt(yval(ii)**2+4*adist*(sin(phi)**2)*(tan(alfa)+(1/tan(phi))))))
*ENDDO

C*** Generación de tabla de los valores de tasa de deformación en función de Y
*DIME,distdepsilon,TABLE,Y1,,Y,,11
*DO,ii,1,Y1
    *SET,distdepsilon(ii,0),yval(ii)
    *SET,distdepsilon(ii,1),(1/sqrt(3))*(2*adist*U*sin(phi))/(yval(ii)**2+ ...
    ... 4*adist*(sin(phi)**2)*(tan(alfa)+(1/tan(phi))))**(3/2)
*ENDDO

C*** Generación de tabla con la distribución de la tensión en función de Y y TEMP
*DIME,disttension,TABLE,Y1,TEMP1,,Y,TEMP,,11
*DO,ii,1,Y1
    *SET,disttension(ii,0),yval(ii)
*ENDDO
*DO,jj,1,TEMP1
```

```

*SET,disttension(0,jj),tval(jj)

*DO,ii,1,Y1
    *SET,disttension(ii,jj), (A+B*(distepsilon(yval(ii),1)**n))* ...
    ... (1+Cjc*log(distepsilon(yval(ii),1)/depsilon0))* ...
    ... (1-((tval(jj)-Tw)/(Tm-Tw)))
*ENDDO
*ENDDO

```

Mediante este código se van generando tablas con valores correspondientes a las curvas de las Fig. 18-21 vistas anteriormente, para la deformación, la tasa de deformación y la tensión, ésta última en función también de la temperatura, como en la Fig. 21. Como se ve, a las distintas distancias Y (distancia al plano) se asocia un valor de tensión en función de la temperatura. El último paso para obtener la generación de calor es multiplicar cada columna de la tabla por su respectiva tasa de deformación, realizado mediante este código:

C*** Generación de tabla con la distribución de la generación de calor

```

*DIM,distcalor,TABLE,Y1,TEMP1,,Y,TEMP,,11

*DO,ii,1,Y1
    *SET,distcalor(ii,0),yval(ii)
*ENDDO

*DO,jj,1,TEMP1
    *SET,distcalor(0,jj),tval(jj)

    *DO,ii,1,Y1
        *SET,distcalor(ii,jj), distepsilon(yval(ii),1)*disttension(yval(ii),tval(jj))*10**6
    *ENDDO
*ENDDO

```

El siguiente paso es modelizar la generación de calor en la zona secundaria. En este caso se van a tener dos tipos de generación de calor: una ocasionada por la deformación plástica y otra ocasionada por la fricción entre la viruta y la herramienta. La generación de calor ocasionada por la deformación se va a modelizar como una banda, solo que la tensión va a tener un máximo en la zona de contacto y va a ir disminuyendo hasta alcanzar el extremo de la banda. El código empleado es el siguiente:

```

*SET,qsec,tau_int*d_gamma_int

C*** ASEL,S,AREA,,8
ASEL,S,AREA,,4
NSLA,S,1
*GET,NN,NODE,0,COUNT

```

```
*GET,NB,NODE,0,NUM,MIN
*DO,j,1,NN,1
*GET,cotay,NODE,NB,LOC,Y
*GET,cotax,NODE,NB,LOC,X
      BF,NB,HGEN,qsec-(qsec*cotay/(delta*t2))
*SET,NB,NDNEXT(NB)
*ENDDO
```

Al inicio se considera una generación de calor máxima, dada por el producto de la tensión de cortadura por la velocidad de deformación a cortadura, y al alejarse perpendicularmente de la zona de contacto disminuye linealmente hasta que alcanza 0 en Δs_l .

La generación de calor debida a la fricción se realiza como una condición de contorno. En concreto, se considera un flujo de calor en la zona de contacto entre la viruta y la herramienta. El valor de este flujo de calor a lo largo de la línea sobre la que se aplica el flujo en el modelo viene dado por el producto de la velocidad de la viruta en la zona de contacto, V_x , por la tensión de cortadura, τ_{int} . Anteriormente ya se ha visto, en la Ecuación (70), que la velocidad varía en la zona plástica hasta alcanzar la velocidad constante V en la zona de deslizamiento. No obstante, la tensión se va a considerar constante. El resultado es una generación de calor por unidad de superficie. El código empleado para modelizar este flujo de calor es el siguiente:

```
*SET,p,(t1*sin(theta))/(cos(lambda)*sin(phi))
*SET,qf,tau_int*V

*DIM,friccion,TABLE,6,1,1,X,,12
friccion(1,0) = 0,1/4*p,1/2*p,3/4*p,p,h
friccion(1) = qf/3,qf/3*sqrt(1+8*1/4),qf/3*sqrt(1+8*1/2),qf/3*sqrt(1+8*3/4),qf,qf

SFL,23,HFLUX,%friccion%
```

Se establece una tabla con los valores que va a tomar q_{fric} a lo largo de la línea en la que se aplica sobre el modelo, considerando la tensión constante.

En el modelo se han empleado otras condiciones de contorno. Estas van a ser únicamente condiciones de restricción de la temperatura en la zona de entrada de material en la pieza y en los extremos de la herramienta. La primera de ellas va a permitir que el programa considere que el flujo de material tiene una temperatura inicial igual a la temperatura ambiente. La segunda va a permitir que el calor no se almacene en la herramienta. En general, el resto del contorno del material se ha considerado adiabático ya que la teoría empleada se basa en el mecanizado seco, es decir, sin refrigerante. Por lo tanto, la principal parte del calor generado se va a evacuar de la zona debido al término

de advección. De emplear convección, sería con un factor muy bajo, correspondiente a una convección natural por aire.

En la Fig. 44 se puede ver el modelo para las condiciones del test 1 de la Tabla 4 una vez se ha mallado y se han aplicado las condiciones de contorno. En concreto, las flechas rojas en la zona de contacto representan el flujo de calor ocasionado por la fricción y los triángulos en el extremo derecho de la herramienta y a la izquierda de la pieza son las zonas con la temperatura definida. Se puede apreciar la diferencia de tamaño de los elementos, ya que mientras en la herramienta se pueden apreciar, en la pieza son demasiado pequeños.

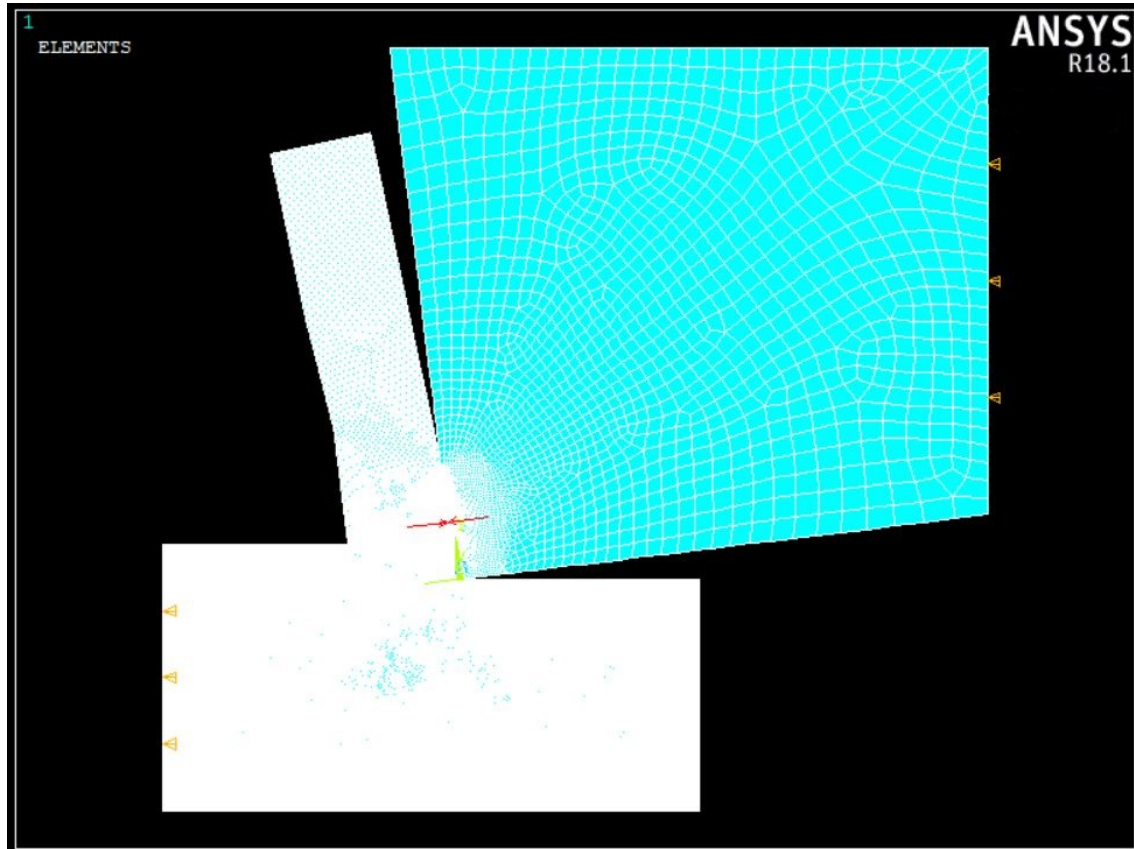


Fig. 44. Modelo mallado para las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

Por último, debido a que la mayor cantidad de datos referentes a las temperaturas del proceso se tienen para las condiciones de corte de la Tabla 4, los modelos únicamente se realizarán para éstas.

6. Resultados del modelo FEM

En este apartado se van a exponer los resultados obtenidos mediante el modelo de elementos finitos tomando las condiciones de contorno de los test presentes en la Tabla 4 y los resultados obtenidos para las mismas mediante el algoritmo predictivo, así como los resultados experimentales y los obtenidos por Karpát y Özel [15].

En la Fig. 45 y 46 se muestra la distribución de temperaturas obtenidas para los test 1 y 2 de la Tabla 4. La temperatura se muestra en grados Kelvin. En la imagen se pueden ver claramente dos aspectos relevantes. Por un lado, la estela dejada por el término de advección, que va a tender a incrementar la temperatura de la nueva superficie. Por otro lado, se puede observar como, una vez el material ha pasado por la zona primaria, la temperatura vuelve a incrementar al pasar por la zona secundaria, con la mayor temperatura alcanzada en el extremo de esta. Esto se corresponde con lo observado experimentalmente, como por ejemplo en la Fig. 9. Esto se repite para todos los casos, obteniendo una distribución similar.

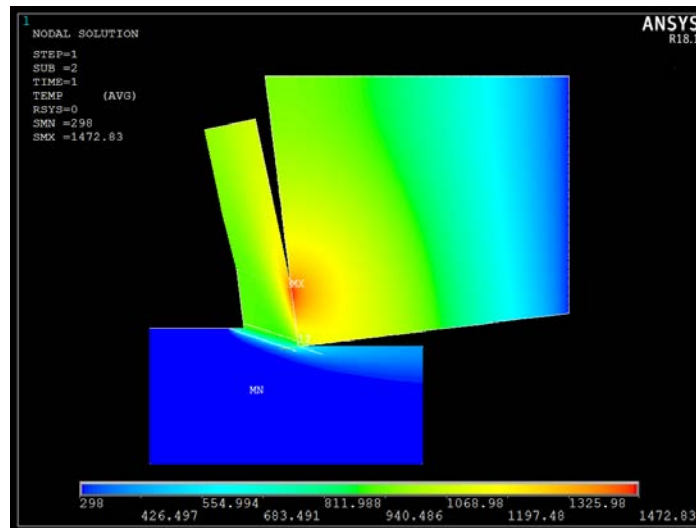


Fig. 45. Distribución de temperaturas para las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

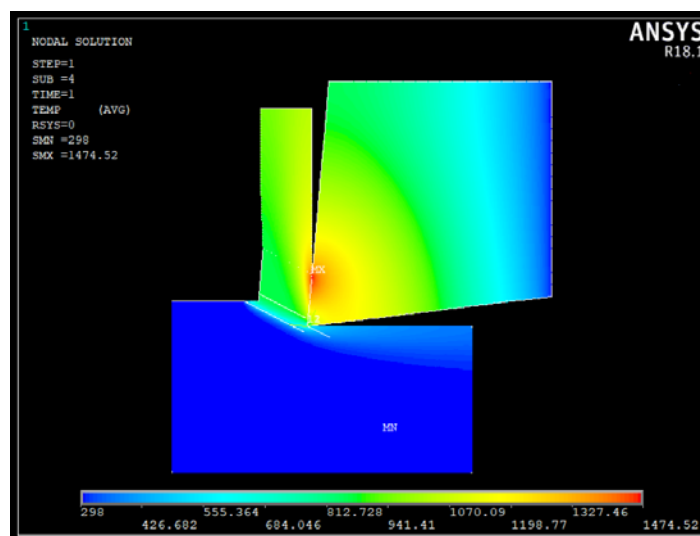


Fig. 46. Distribución de temperaturas para las condiciones del test 2 de la Tabla 4.

No obstante, la temperatura no es constante en el plano AB ni en la zona de contacto. En las Fig. 47 y 48 se muestra la distribución de la temperatura en el plano AB y en la zona de contacto respectivamente, para los resultados obtenidos del test 1 de la Tabla 4. En el caso del plano de cortadura, la temperatura es inferior en zona pegada a la punta de la herramienta. Esto sucede también en la zona de contacto, como ya se ha mencionado. En la práctica, esta temperatura junto al filo de la herramienta se puede esperar que sea superior debido a la que no es totalmente afilada. En base a los datos mostrados en las figuras, se va a obtener la temperatura media en las zonas, es decir, T_{AB} y T_{int} respectivamente, mostradas en azul.

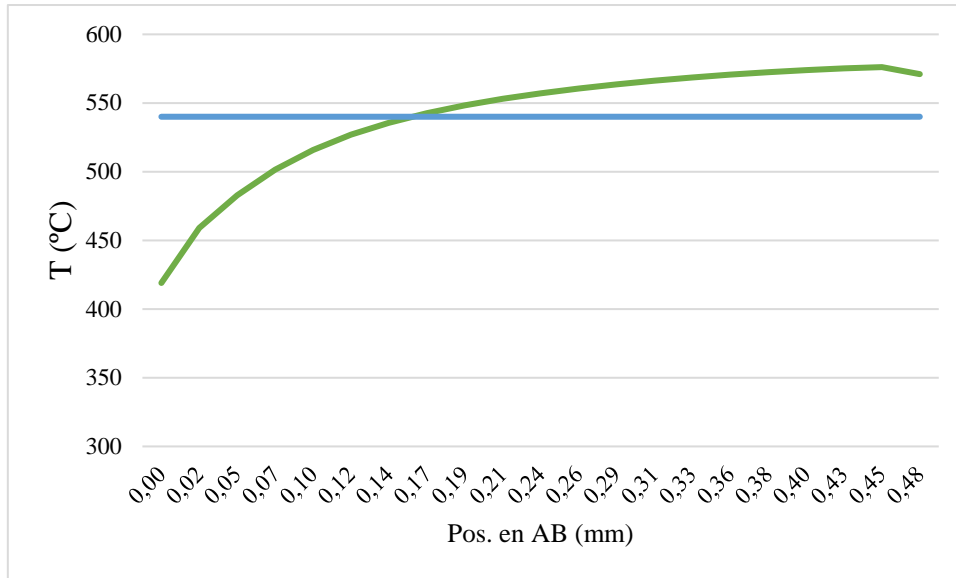


Fig. 47. Evolución de la temperatura en el plano de cortadura para el modelo con las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

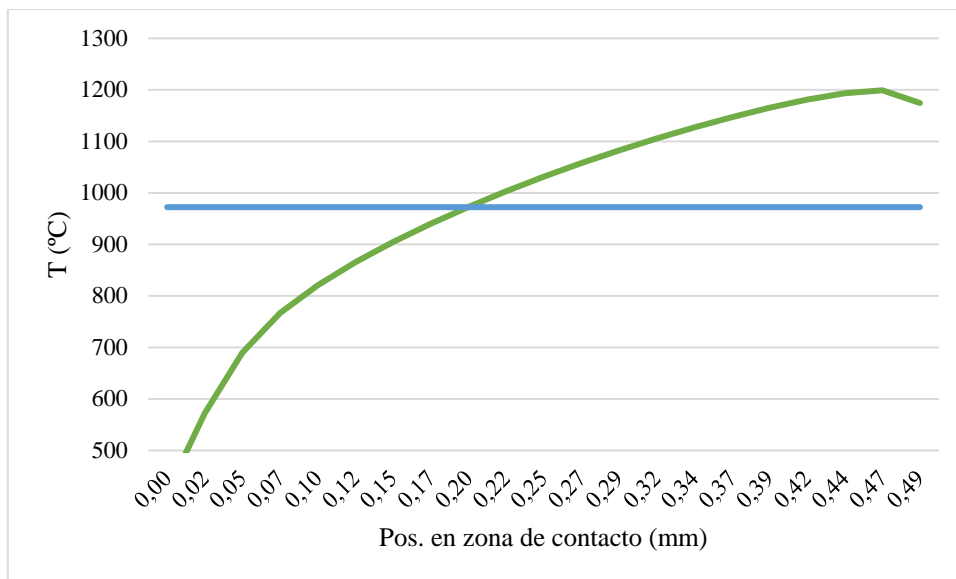


Fig. 48. Evolución de la temperatura en la zona de contacto para el modelo con las condiciones del test 1 de la Tabla 4.

Repitiendo este proceso se obtienen los resultados mostrados en la Tabla 17, donde T_{AB} es la temperatura media en el plano de cortadura, T_{int} es la temperatura media en la zona de contacto y T_{max} es la temperatura máxima alcanzada. Como se puede ver, en el caso de la temperatura en el plano AB, se mantiene con cambios relativamente pequeños, notándolos especialmente cuando se cambia el ángulo de ataque de uno negativo (-7°) a uno positivo (5°). La variación principal se nota en la temperatura de la zona secundaria, especialmente si atendemos a las máximas alcanzadas.

Tabla 17. Temperaturas T_{AB} , T_{int} y T_{max} obtenidas en los modelos FEM.

Test	T_{AB} (°C)	T_{int} (°C)	T_{max} (°C)
1	540	972	1199
2	482	958	1201
3	526	1013	1290
4	486	1057	1350
5	540	1014	1270
6	497	1037	1312
7	529	1065	1363
8	467	1084	1412

Los resultados expuestos en la Tabla 17 se pueden comparar con los obtenidos mediante el algoritmo realizado, los resultados obtenidos por Karpát y Özel [15] mediante su teoría y los resultados experimentales. En la Fig. 49 se puede observar T_{AB} , la temperatura media en el plano de cortadura, para las condiciones de corte de la Tabla 4 obtenida mediante el algoritmo (en verde) y el modelo de elementos finitos (en azul). La diferencia es considerable, pudiendo llegar hasta los 203°C , como en el caso del test 6. No obstante, no se tienen resultados experimentales con los que compararlos claramente, por lo que no se puede llegar a una conclusión clara.

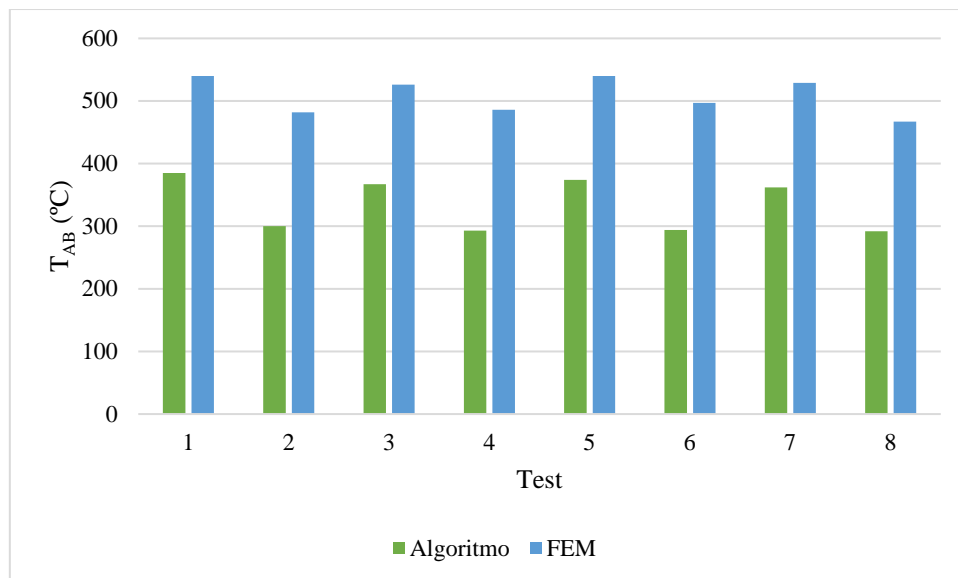


Fig. 49. Comparación de T_{AB} obtenida mediante el algoritmo y con el modelo FEM.

En la Fig. 50 se muestran los resultados obtenidos para T_{int} , para la que sí se tenían más datos con los que compararlos. Llama la atención la cercanía de los resultados obtenidos mediante elementos finitos con los obtenidos mediante el algoritmo. No

obstante, los resultados siguen estando lejos de los obtenidos tanto experimentalmente, como los obtenidos por Karpát y Özel [15]. Esto demuestra, sin duda, una superioridad de esta última teoría, que consigue predecir considerablemente mejor las temperaturas alcanzadas. Como se ha dicho anteriormente, esto puede ser una consecuencia de las simplificaciones tomadas por la teoría de Oxley, puesto que tanto la tensión como la velocidad de deformación las toma como una media, cuando los datos experimentales muestran que la zona secundaria es muy compleja. Otro aspecto a tener en cuenta es la temperatura máxima alcanzada, que en el modelo de elementos finitos se va a situar precisamente en la zona de contacto viruta-herramienta. Como se puede ver en la Tabla 17, esta máxima temperatura, especialmente en el test 8, llega a estar muy cercana a la temperatura de fusión, que se debe evitar durante la realización de un proceso de mecanizado.

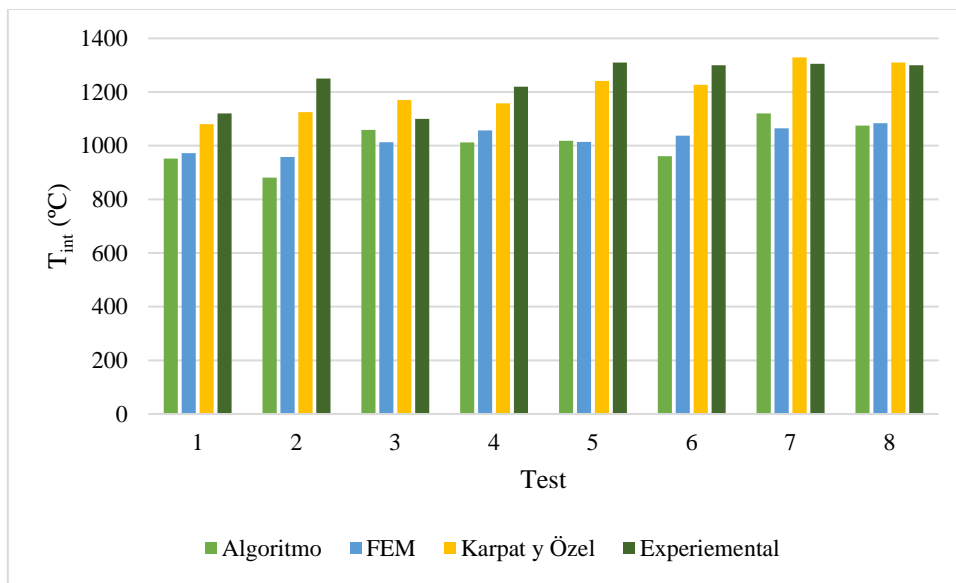


Fig. 50. Comparación de T_{int} obtenida mediante el modelo FEM con la obtenida mediante el algoritmo, Karpát y Özel y los resultados experimentales.

7. Conclusiones

En este trabajo se ha desarrollado un algoritmo predictivo para mecanizado en base a la teoría de Oxley, modificado con el modelo de material de Johnson-Cook, así como un modelo de elementos finitos con el que obtener la distribución de temperaturas en la zona de corte.

Las mejoras introducidas en el algoritmo han ocasionado mejores resultados en comparación con el algoritmo disponible en la bibliografía. A su vez, el tiempo de ejecución se ha disminuido considerablemente y se ha añadido un criterio de selección de solución de forma satisfactoria. No obstante, las simplificaciones tomadas por la teoría de Oxley implican que no se va a tener en cuenta el redondeo de la herramienta, por lo que no va a existir fuerza de penetración y va a resultar en un error en la estimación de la fuerza resultante. También se comenta un error considerable en la estimación de la temperatura en la zona de contacto, obteniendo resultados inferiores a los conseguidos experimentalmente o por otras teorías analíticas.

Por otro lado, en el código del modelo de elementos finitos se ha conseguido introducir una generación de calor en función de la temperatura, la deformación y la tasa de deformación, empleando el modelo de material de Johnson-Cook. Los resultados obtenidos con el modelo se muestran similares a los obtenidos mediante el algoritmo en la zona secundaria, si bien en la zona primaria la temperatura resulta superior a la esperada según el algoritmo. A su vez, se ha implementado el término de advección y se puede observar el calentamiento producido en la nueva superficie generada en el corte.

Los resultados obtenidos arrojan también la posibilidad de mejorar las teorías empleadas. Una posible vía de mejora es incluir una estimación de la fuerza de penetración de forma que se pueda tener en cuenta en la resultante. A su vez, parece evidente la necesidad de una mejora en la predicción de la temperatura en la zona de fricción. Además, en el caso del modelo de elementos finitos, se debe tener en cuenta que se ha tratado únicamente el caso del corte ortogonal seco, por lo que el siguiente paso es la inclusión de los refrigerantes, lo que implica introducción el término de convección.

Por último, para poder aprovechar al máximo la capacidad de modelos termo-visco-plásticos como el de Johnson-Cook, se debe realizar una mayor experimentación, de forma que los resultados del algoritmo predictivo y del modelo de elementos finitos se puedan extender a otros materiales.

8. Bibliografía

- [1] D. A. Stephenson and J. S. Agapiou, *Metal Cutting Theory and Practice*, 3rd ed. CRC Press, 2016.
- [2] R. Komanduri, “Machining and Grinding: A Historical Review of the Classical Papers,” *Appl. Mech. Rev.*, vol. 46, no. 3, pp. 80–132, Mar. 1993.
- [3] F. W. Taylor, *On the Art of Cutting Metals*. American society of mechanical engineers, 1907.
- [4] M. E. Merchant, “Mechanics of the Metal Cutting Process. I. Orthogonal Cutting and a Type 2 Chip,” *J. Appl. Phys.*, vol. 16, no. 5, pp. 267–275, May 1945.
- [5] M. E. Merchant, “Mechanics of the Metal Cutting Process. II. Plasticity Conditions in Orthogonal Cutting,” *J. Appl. Phys.*, vol. 16, no. 6, pp. 318–324, Jun. 1945.
- [6] W. A. Knight and G. Boothroyd, *Fundamentals of Metal Machining and Machine Tools*, 3rd ed. Taylor & Francis, 1988.
- [7] M. C. Shaw, *Metal cutting principles*, 2nd ed. Oxford University Press, 2005.
- [8] G. Boothroyd, “Temperatures in Orthogonal Metal Cutting,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 177, no. 1, pp. 789–810, Jun. 1963.
- [9] P. L. B. Oxley, *The mechanics of machining: an analytical approach to assessing machinability*. E. Hornwood; New York: Halsted Press, 1989.
- [10] D. I. Lalwani, N. K. Mehta, and P. K. Jain, “Extension of Oxley’s predictive machining theory for Johnson and Cook flow stress model,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 209, no. 12–13, pp. 5305–5312, 2009.
- [11] M. G. Stevenson and P. L. B. Oxley, “An Experimental Investigation of the Influence of Strain-Rate and Temperature on the Flow Stress Properties of a Low Carbon Steel Using a Machining Test,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 185, no. 1, pp. 741–754, Jun. 1970.
- [12] M. G. Stevenson and P. L. B. Oxley, “An Experimental Investigation of the Influence of Speed and Scale on the Strain-Rate in a Zone of Intense Plastic Deformation,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 184, no. 1, pp. 561–576, Jun. 1969.
- [13] G. R. Johnson and W. H. Cook, “A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. The 7th International Symposium on Ballistics,” in *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics*, 1983, pp. 541–547.
- [14] H. A.-S. Amir, M. Vis, and B. Behnam, “Extension of Oxley’s Analysis of Machining to Use Different Material Models,” *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 125, no. 4, pp. 656–666, 2003.
- [15] Y. Karpat and T. Özel, “Predictive Analytical and Thermal Modeling of Orthogonal Cutting Process—Part I: Predictions of Tool Forces, Stresses, and Temperature Distributions,” *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 128, no. 2, p. 435, 2006.
- [16] P. Sarker, F. Koppka, and T. Altan, “Determination of flow stress for metal cutting simulation—a progress report,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 146, no. 1, pp. 61–71, Feb. 2004.

- [17] L. Li, B. Li, K. F. Ehmann, and X. Li, “A thermo-mechanical model of dry orthogonal cutting and its experimental validation through embedded micro-scale thin film thermocouple arrays in PCBN tooling,” *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 70, pp. 70–87, Jul. 2013.
- [18] Y. Karpas, E. Zeren, and T. Özel, “Workpiece material model based predictions for machining processes,” in *Transactions of the North American Manufacturing Research Institute of SME*, 2005, vol. 33, pp. 413–420.
- [19] Y. Karpas and T. Özel, “Predictive Analytical and Thermal Modeling of Orthogonal Cutting Process—Part II: Effect of Tool Flank Wear on Tool Forces, Stresses, and Temperature Distributions,” *J. Manuf. Sci. Eng.*, vol. 128, no. 2, p. 445, 2006.
- [20] A. O. Tay, M. G. Stevenson, G. de Vahl Davis, and P. L. B. Oxley, “A numerical method for calculating temperature distributions in machining, from force and shear angle measurements,” *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, vol. 16, no. 4, pp. 335–349, 1976.
- [21] A. O. Tay, M. G. Stevenson, and G. De Vahl Davis, “Using the Finite Element Method to Determine Temperature Distributions in Orthogonal Machining,” *Proc. Inst. Mech. Eng.*, vol. 188, no. 1, pp. 627–638, Jun. 1974.
- [22] X. Li, E. M. Kopalinsky, and P. L. B. Oxley, “A Numerical Method for Determining Temperature Distributions in Machining with Coolant: Part 1: Modelling the Process,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.*, vol. 209, no. 1, pp. 33–43, Feb. 1995.
- [23] X. Li, E. M. Kopalinsky, and P. L. B. Oxley, “A Numerical Method for Determining Temperature Distributions in Machining with Coolant: Part 2: Calculation Method and Results,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part B J. Eng. Manuf.*, vol. 209, no. 1, pp. 45–52, Feb. 1995.
- [24] A. Suárez, L. N. López de Lacalle, R. Polvorosa, F. Veiga, and A. Wretland, “Effects of high-pressure cooling on the wear patterns on turning inserts used on alloy IN718,” *Mater. Manuf. Process.*, vol. 32, no. 6, pp. 678–686, Apr. 2017.
- [25] A. Malakizadi, H. Gruber, I. Sadik, and L. Nyborg, “An FEM-based approach for tool wear estimation in machining,” *Wear*, vol. 368–369, pp. 10–24, 2016.
- [26] P. Majumdar, R. Jayaramachandran, and S. Ganesan, “Finite element analysis of temperature rise in metal cutting processes,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 25, no. 14–15, pp. 2152–2168, Oct. 2005.
- [27] W. Grzesik, “Determination of temperature distribution in the cutting zone using hybrid analytical-FEM technique,” *Int. J. Mach. Tools Manuf.*, vol. 46, no. 6, pp. 651–658, May 2006.
- [28] C. Courbon, T. Mabrouki, J. Rech, D. Mazuyer, and E. D’Eramo, “On the existence of a thermal contact resistance at the tool-chip interface in dry cutting of AISI 1045: Formation mechanisms and influence on the cutting process,” *Appl. Therm. Eng.*, vol. 50, no. 1, pp. 1311–1325, Jan. 2013.
- [29] P. L. B. Oxley, W. F. Hastings, and H. Ford, “Predicting the strain rate in the zone of intense shear in which the chip is formed in machining from the dynamic flow stress properties of the work material and the cutting conditions,” *Proc. R. Soc. London. A. Math. Phys. Sci.*, vol. 356, no. 1686, pp. 395–410, 1977.

- [30] R. W. Ivester *et al.*, “Assesment of Machining Models: Progress Report,” *Mach. Sci. Technol.*, vol. 4, no. 3, pp. 511–538, Nov. 2000.
- [31] L. Xiong, J. Wang, Y. Gan, B. Li, and N. Fang, “Improvement of algorithm and prediction precision of an extended Oxley’s theoretical model,” *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, vol. 77, no. 1, pp. 1–13, Mar. 2015.

Anexo: Algoritmo predictivo en Matlab

En el presente anexo se presenta el algoritmo predictivo realizado siguiendo la teoría de Oxley mediante el código de Matlab. Cuenta con cinco partes diferenciadas: el *script* principal, que es el código que ejecutar, y cuatro funciones. Estas funciones incluyen: las condiciones de corte, las propiedades del material, las ecuaciones del lazo de cálculo de T_{AB} y las ecuaciones del lazo de cálculo de T_C .

Script principal

En el *script* principal se incluyen los lazos de los parámetros principales δ , C_0 y ϕ , así como la gran parte de las ecuaciones necesarias. Desde este código, también se llama al resto de funciones realizadas.

```
clear
clc
```

```
% Condiciones de corte
```

```
global alfa U t1 w Tw
```

```
% Propiedades del material
```

```
global dens Tm psi eta epsilon0_d A B C n m
```

```
% Se establecen las propiedades en base a funciones separadas
```

```
[alfa, U, t1, w, Tw] = condiciones_corte;
```

```
[dens, Tm, psi, eta, epsilon0_d, A, B, C, n, m] = propiedades_material;
```

```
% Valores para delta, C y phi sobre los que se va a realizar el cálculo iterativo
```

```
delta_vector = (0.005:0.005:0.2);
```

```
C0_vector = (2:0.1:10);
```

```
phi_vector = (5:0.1:45);
```

```
contador_total = 0;
```

```
% Se comienza el lazo de delta
```

```
for d = 1 : length (delta_vector)
```

```
    delta = delta_vector (d);
```

```
% Se comienza el lazo de C
```

```
for c = 1 : length (C0_vector)
```

```
    C0 = C0_vector (c);
```

```
% Se comienza el lazo de cálculo de phi
```

```
for i = length (phi_vector) : -1 : 1
```

```
    phi = deg2rad(phi_vector (i));
```

```
% Cálculo de las primeras variables para los valores de delta, C y phi definidos
```

```
l (i) = t1 / sin(phi);
```

```
Vs (i) = (U * cos(alfa)) / (cos(phi - alfa));
```

```
gamma_d_ab (i) = C0 * Vs (i) / l (i);
```

```
gamma_ab (i) = 0.5 * cos(alfa) / (sin(phi) * cos(phi - alfa));
```

```
epsilon_d_ab (i) = gamma_d_ab (i) / sqrt(3);
```

```
epsilon_ab (i) = gamma_ab (i) / sqrt(3);
```

```
% Cálculo numérico para la obtención de la temperatura en el plano AB.
```

```
% Se establece un error absoluto de 0.1 y un contador máximo de 100 iteraciones
```

```
Ta = Tw;
```

```

Tb = Tm;
contador_Tab (i) = 1;
contador_total = contador_total + 1;
[gTa] = lazo_Tab (Ta, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
fTa = Ta - gTa;
[gTb] = lazo_Tab (Tb, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
fTb = Tb - gTb;

while contador_Tab (i) <= 100
    Tc = (Ta + Tb) / 2;
    err = (Tb - Ta) / 2;
    [gTc] = lazo_Tab (Tc, epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs (i));
    fTc = Tc - gTc;

    if fTa * fTc <= 0
        Tb = Tc;
        fTb = fTc;
    else
        Ta = Tc;
        fTa = fTc;
    end
    contador_Tab (i) = contador_Tab (i) + 1;
    contador_total = contador_total + 1;

    if err <= 0.1
        break
    end
end

T_ab (i) = Tc;
[~, k_ab(i), Fs(i), delta_Tsz(i)] = lazo_Tab (T_ab (i), epsilon_d_ab (i), epsilon_ab (i), phi, l (i), Vs
(i));

% Cálculo de n_eq, parámetro n utilizado por Oxley, que para con J-C es:
n_eq (i) = (n * B * epsilon_ab (i) ^ n) / (A + B * epsilon_ab (i) ^ n);

% Cálculo de ángulos:
zeta (i) = atan (1 + 2 * (pi / 4 - phi) - C0 * n_eq (i));
lambda (i) = zeta (i) + alfa - phi;

% Cálculo de fuerzas:
R (i) = Fs (i) / cos(zeta (i));
F (i) = R (i) * sin(lambda (i));
N (i) = R (i) * cos(lambda (i));
Fc (i) = R (i) * cos(lambda (i) - alfa);
Ft (i) = R (i) * sin(lambda (i) - alfa);

% Cálculos para la zona de contacto herramienta-viruta.
t2 (i) = t1 * cos(phi - alfa) / sin(phi);
V_ch (i) = (U * sin(phi)) / cos(phi - alfa);
h (i) = (t1 * sin(zeta (i))) / (cos(lambda (i)) * sin(phi)) * (1 + C0 * n_eq (i) / (3 * (1 + 2 * (0.25
* pi - phi) - C0 * n_eq (i))));
tau_int (i) = F(i) / (h(i) * w) * 10 ^ (-6);
epsilon_int (i) = (1 / sqrt(3)) * (2 * gamma_ab(i) + 0.5 * h / (delta * t2));
epsilon_d_int (i) = (1 / sqrt(3)) * V_ch (i) / (delta * t2 (i));

% Se comienza el lazo de cálculo Tc.
T_c (i) = Tw + delta_Tsz (i);

```



```

[T_c_nueva, K_int(i), S_int(i), delta_T_c(i)] = lazo_Tc (T_c (i), F (i), phi, delta_Tsz (i));
contador_Tc (i)= 0;
while (abs(T_c_nueva - T_c (i))> 0.1) && (contador_Tc (i) < 100)
    T_c (i) = T_c_nueva;
    [T_c_nueva, K_int(i), S_int(i), delta_T_c(i)] = lazo_Tc (T_c (i), F (i), phi, delta_Tsz (i));
    contador_Tc (i) = contador_Tc (i) + 1;
end
T_c (i) = T_c_nueva;

% Continuación de los cálculos para la zona de contacto herramienta-viruta.
Rt_int (i) = dens * S_int (i) * U * t1 / K_int (i);
delta_Tm (i) = delta_T_c (i) * 10 ^ (0.06 - 0.195 * delta * sqrt (Rt_int (i) * t2 (i) / h (i)) + 0.5 *
log10 (Rt_int (i) * t2 (i) / h (i)));
T_int (i) = Tw + delta_Tsz (i) + psi * delta_Tm(i);
k_int (i) = (1 / sqrt(3)) * (A + B * epsilon_int(i) ^ n) * (1 + C * log(epsilon_d_int(i) /
epsilon0_d)) * (1 - ((T_int(i) - Tw) / (Tm - Tw)) ^ m);

% Evaluación del punto de intersección de k_int y tau_int para obtener el ángulo apropiado.

if i ~= length(phi_vector) && sign(tau_int(i) - k_int(i)) ~= sign(tau_int(i+1) - k_int(i+1))
    break
end

end

if abs(tau_int(i+1) - k_int(i+1)) < abs(tau_int(i) - k_int(i))
    i = i+1;
end

% Cálculo de parámetros para el ángulo phi para cada valor de C.
phi_C (c) = phi_vector (i);
t2_C (c) = t2 (i);
epsilon_ab_C (c) = epsilon_ab (i);
epsilon_d_ab_C (c) = epsilon_d_ab (i);
T_ab_C (c) = T_ab (i);
k_ab_C (c) = k_ab (i);
n_eq_C (c) = n_eq (i);
zeta_C (c) = zeta (i);
N_C (c) = N (i);
h_C (c) = h (i);
Fc_C (c) = Fc (i);
Ft_C (c) = Ft (i);
epsilon_int_C (c) = epsilon_int (i);
epsilon_d_int_C (c) = epsilon_d_int (i);
T_int_C (c) = T_int (i);
k_int_C (c) = k_int (i);

% Cálculo de parámetros sigma; determina el valor de C0 para un delta dado.
sigma_p_n (c) = k_ab_C(c) * (1 + pi/2 - 2*alfa - 2 * C0_vector(c) * n_eq_C(c));
sigma_n (c) = N_C(c) / (h_C(c) * w) * (10^(-6));

if c > 1
    if sign(sigma_p_n(c)-sigma_n(c)) ~= sign(sigma_p_n(c-1)-sigma_n(c-1))
        break
    end
end

end
end

```

```

if abs(sigma_p_n(c-1)-sigma_n(c-1)) < abs(sigma_p_n(c)-sigma_n(c))
    c = c-1;
end

phi_def (d) = phi_C (c);
C0_def (d) = C0_vector (c);
t2_def (d) = t2_C (c);
epsilon_ab_def (d) = epsilon_ab_C (c);
epsilon_d_ab_def (d) = epsilon_d_ab_C (c);
T_ab_def (d) = T_ab_C (c);
k_ab_def (d) = k_ab_C (c);
n_eq_def (d) = n_eq_C (c);
zeta_def (d) = zeta_C (c);
sigma_n_def (d) = sigma_n (c);
h_def (d) = h_C (c);
Fc_def (d) = Fc_C (c);
Ft_def (d) = Ft_C (c);
epsilon_int_def (d) = epsilon_int_C (c);
epsilon_d_int_def (d) = epsilon_d_int_C (c);
T_int_def (d) = T_int_C (c);
k_int_def (d) = k_int_C (c);

if d > 1
    if Fc_def(d) > Fc_def(d-1)
        break
    end
end

end

delta_max = find(Fc_def==min(Fc_def),1,'last');
delta_min = find(Fc_def==min(Fc_def),1,'first');
delta = mean(delta_vector(delta_min:delta_max))
C0 = C0_def (delta_min)
phi = phi_def (delta_min)
t2 = t2_def (delta_min)
epsilon_ab = epsilon_ab_def (delta_min)
epsilon_d_ab = epsilon_d_ab_def (delta_min)
T_ab = T_ab_def (delta_min)
k_ab = k_ab_def (delta_min)
n_eq = n_eq_def (delta_min)
zeta = rad2deg(zeta_def (delta_min))
sigma_n = sigma_n_def (delta_min)
h = h_def (delta_min)
Fc = Fc_def (delta_min)
Ft = Ft_def (delta_min)
epsilon_int = mean(epsilon_int_def(delta_min:delta_max))
epsilon_d_int = mean(epsilon_d_int_def(delta_min:delta_max))
T_int = mean(T_int_def(delta_min:delta_max))
k_int = mean(k_int_def(delta_min:delta_max))
contador_total

```

Función: Lazo T_{AB}

Función realizada para contener las ecuaciones necesarias para la realización del lazo de cálculo de T_{AB} .

```
function [T_ab_nueva, k_ab, Fs, delta_Tsz, Rt] = lazo_Tab (T_ab, epsilon_d_ab, epsilon_ab, phi, l, Vs)

% Condiciones de corte
global alfa U t1 w Tw psi eta v epsilon0_d A B C n m
% Propiedades del material
global dens Tm Car Si Mn P Ni Cr Mo

% Cálculo del calor específico S y la conductividad K
S = 420 + 0.504 * T_ab;
K = 52.61 - 0.0281 * T_ab;

% Cálculo de k_ab
k_ab = (1 / sqrt(3)) * (A + B * epsilon_ab ^ n) * (1 + C * log(epsilon_d_ab / epsilon0_d)) * (1 - ((T_ab - Tw) / (Tm - Tw)) ^ m);

% Fuerzas
Fs = k_ab * l * w * 10 ^ (6);
Rt = (dens * S * U * t1) / (K);

if (Rt * tan(phi) >= 0.04) && (Rt * tan(phi) <= 10)
    beta = 0.5 - 0.35 * log10(Rt * tan(phi));
elseif (Rt * tan(phi) > 10)
    beta = 0.3 - 0.15 * log10(Rt * tan(phi));
elseif (Rt * tan(phi) < 0.04)
    beta = 1;
end

% beta debe ser menor que 1 y mayor que 0
if beta > 1
    beta = 1;
elseif beta < 0
    beta = 0;
end

m_chip = dens * U * t1 * w;
delta_Tsz = ((1 - beta) * Fs * Vs) / (m_chip * S);
% Ecuación de delta_Tsz de Oxley; son equivalentes
% delta_Tsz = (1 - beta) * Fs * cos(alfa) / (dens * S * t1 * w * cos(phi - alfa));
T_ab_nueva = Tw + eta * delta_Tsz;

end
```

Función: Lazo T_C

Función realizada para contener las ecuaciones necesarias para la realización del lazo de cálculo de T_C .

```
function [T_c_nueva, K_int, S_int, delta_Tc] = lazo_Tc (T_c, F, phi, delta_Tsz)
% Función utilizada para el cálculo de Tc
% Condiciones de corte
global alfa U t1 w Tw psi eta v epsilon0_d A B C n m
% Propiedades del material
global dens Tm Car Si Mn P Ni Cr Mo

% Cálculo del calor específico S y la conductividad K
S_int = 420 + 0.504 * T_c;
```

```
K_int = 52.61 - 0.0281 * T_c;
```

```
% Cálculo de temperaturas
```

```
delta_T_c = F * sin(phi) / (dens * S_int * t1 * w * cos(phi - alfa));
```

```
T_c_nueva = Tw + delta_Tsz + delta_T_c;
```

```
end
```

Función: Propiedades del material

Función empleada para contener las constantes relacionadas con el material y posibilitar una modificación sencilla.

```
function [dens, Tm, psi, eta, epsilon0_d, A, B, C, n, m] = propiedades_material
```

```
% Propiedades del material
```

```
global dens Tm psi eta epsilon0_d A B C n m
```

```
% Función con la que obtener las diferentes propiedades del material para facilitar su edición.
```

```
dens = 8000;
```

```
Tm = 1460;
```

```
% Factores de temperatura
```

```
eta = 1;
```

```
psi = 0.9;
```

```
% Parámetros de Johnson-Cook para el material
```

```
A = 553.1;
```

```
B = 600.8;
```

```
C = 0.0134;
```

```
n = 0.234;
```

```
m = 1;
```

```
epsilon0_d = 1;
```

```
end
```

Función: Condiciones de corte

Función empleada para contener las condiciones de corte del proceso evaluado. Se incluyen las condiciones de corte de las Tablas 3 y 4 para una selección rápida.

```
function [alfa, U, t1, w, Tw] = condiciones_corte
```

```
% Condiciones de corte
```

```
global alfa U t1 w Tw
```

```
% Listado de las condiciones de corte para su fácil modificación
```

```
% Test Oxley (Tabla 3)
```

```
% Test 1
```

```
alfa = -5 * pi / 180; % rad
```

```
U = 100/60; % m/s
```

```
t1 = 0.125 * 10^(-3); % m
```

```
% Test 2
```

```

% alfa = -5 * pi / 180;          % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.125 * 10{-3};          % m

% Test 3
% alfa = -5 * pi / 180;          % rad
% U = 400/60;                   % m/s
% t1 = 0.125 * 10{-3};          % m

% Test 4
% alfa = -5 * pi / 180;          % rad
% U = 100/60;                   % m/s
% t1 = 0.25 * 10{-3};          % m

% Test 5
% alfa = -5 * pi / 180;          % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.25 * 10{-3};          % m

% Test 6
% alfa = -5 * pi / 180;          % rad
% U = 100/60;                   % m/s
% t1 = 0.5 * 10{-3};          % m

w = 4 * 10{-3};                % m
Tw = 25;                        % °C; temperatura de trabajo

% Test Ivester (Tabla 4)
% Test 1
% alfa = -7 * pi / 180;          % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.15 * 10{-3};          % m

% Test 2
% alfa = 5 * pi / 180;           % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.15 * 10{-3};          % m

% Test 3
% alfa = -7 * pi / 180;          % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.30 * 10{-3};          % m

% Test 4
% alfa = 5 * pi / 180;           % rad
% U = 200/60;                   % m/s
% t1 = 0.30 * 10{-3};          % m

% Test 5
% alfa = -7 * pi / 180;          % rad
% U = 300/60;                   % m/s
% t1 = 0.15 * 10{-3};          % m

% Test 6
% alfa = 5 * pi / 180;           % rad
% U = 300/60;                   % m/s
% t1 = 0.15 * 10{-3};          % m

```

```
% Test 7
% alfa = -7 * pi / 180;           % rad
% U = 300/60;                    % m/s
% t1 = 0.30 * 10{-3};            % m

% Test 8
% alfa = 5 * pi / 180;           % rad
% U = 300/60;                    % m/s
% t1 = 0.30 * 10{-3};            % m

% w = 1.6 * 10{-3};              % m
% Tw = 25;                       % °C; temperatura de trabajo inicial

end
```